

Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022

M_șt-nat

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii .

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați $x = \left[\frac{1}{3 + \sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{11}} \right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a lui a .
- 5p 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție dintre graficele funcțiilor $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 4$, $g(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x + 3) = 2\log_2(x + 2)$.
- 5p 4. Determinați numărul elementelor unei mulțimi care are 231 de submulțimi cu câte două elemente.
- 5p 5. Se consideră triunghiul ABC și punctul $M \in (BC)$ astfel încât $\frac{BM}{MC} = 3$.
Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$.
- 5p 6. Calculați $\operatorname{tg} x$, $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right)$, dacă se știe că $\sin x = -\frac{3}{5}$.

Subiectul II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Demonstrați că $(I_2 + A)^2 = I_2 + A$.
- 5p b) Arătați că mulțimea $\{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ este finită.
- 5p c) Calculați $\det(2022 \cdot I_2 - A + A^2 - A^3 + \dots - A^{2022})$.
2. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Să se arate că $x \circ y = 2(x + 1)(y + 1) - 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați mulțimea elementelor simetrizabile din \mathbb{R} față de legea de compoziție considerată.
- 5p c) Arătați că $(-2022) \circ (-2021) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2022 < 0$.

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x + 2}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$.
- 5p b) Determinați punctele de extrem ale funcției.
- 5p c) Scrieți ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției.
2. Se consideră funcțiile $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 - x - 5)$, $F(x) = e^x(x^2 - 3x - 2)$.
- 5p a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_{-3}^{-2} f(x) dx$.
- 5p c) Determinați punctele de inflexiune ale graficului funcției F .