

Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022

M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Determinați partea reală a numărului complex z , unde $z = \frac{10i}{1-3i}$, iar $i^2 = -1$.
- 5p 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (m-2)x + m+1$ să intersecteze axa Ox în două puncte distincte.
- 5p 3. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\log_3(3x) - 4\log_x 3 = 1$.
- 5p 4. Determinați câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $M = \{0, 2, 4, 6, 8\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, -2)$, $B(0, 3)$ și $C(3, -1)$.
Determinați coordonatele punctului D , știind că $3\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$.
- 5p 6. Calculați $\sin 2a$, dacă se știe că $\sin a + \cos a = \frac{1}{2}$.

Subiectul II

(30 puncte)

1. Fie $a \in \mathbb{R}$, sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x - y - az = 1 \\ ax + y + az = 1 - a \\ ax + 3y + 3z = -1 \end{cases}$$
 și A matricea sistemului.
- 5p a) Arătați că $\det(A) = 3(1 - a^2)$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui a pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.
- 5p c) Pentru $a = 1$, calculați minimul expresiei $E = 4x_0^2 + 4y_0^2 - z_0^2$, unde (x_0, y_0, z_0) este o soluție a sistemului.
2. Pe intervalul $(3, \infty)$ se consideră legea de compoziție $x \circ y = (x - 3)^{\ln(y-3)} + 3$.
- 5p a) Determinați elementul neutru al legii de compoziție.
- 5p b) Determinați elementele nesimetrizabile din intervalul $(3, \infty)$ în raport cu legea de compoziție considerată.
- 5p c) Rezolvați în intervalul $(3, \infty)$ ecuația $x \circ x \circ x = e^2 + 3$.

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$.
- 5p a) Demonstrați că $x \geq \ln(x+1)$, $\forall x \in (-1, \infty)$.
- 5p b) Determinați asimptotele graficului funcției.
- 5p c) Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_0 > 0$, $x_{n+1} = f(x_n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}(ax^2 + 4x + a)$, $a \in \mathbb{R}^*$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o primitivă a lui f .
- 5p a) Să se determine a știind că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(0)}{x} = 1$.
- 5p b) Să se determine a știind că F este strict crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Să se demonstreze că pentru orice $a \in \mathbb{R}$, funcția F are două puncte de inflexiune.