Barem orientativ de evaluare
Examenul de bacalaureat național 2022
Matematică M_tehnologic
Test de antrenament 17.01.2022

Subiectul I **(30 puncte)**

1.	$3+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+2-2\sqrt{6}=$ $=3+2=5$	3p 2p
2.	$f(-2)=-m\cdot 2+1$ $-2\cdot m+1=5$ $-2\cdot m=4$ $m=-2\in\mathbb{R}$	1p 2p 1p 1p
3.	Din condițiile de existență: $\begin{cases}2x+3>0\\ x+2>0\end{cases}$ se obține $x\in\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$ $\log_2(2x+3)=2\log_2(x+2)\Leftrightarrow\log_2(2x+3)=\log_2(x+2)^2$, de unde $2x+3=(x+2)^2\Leftrightarrow 2x+3=x^2+4x+4$ Se obține $x_1=x_2=-1\in\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)$.	1p 1p 2p 1p
4.	Probabilitatea este dată de $P(A)=\frac{N_{favorabile}}{N_{posibile}}$ Ecuația $2^n=n^2$ are soluțiile 2 și 4 din mulțimea dată $P(A)=\frac{N_{favorabile}}{N_{posibile}}=\frac{2}{5}$	1p 2p 2p
5.	$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ $AB=\sqrt{(5-2)^2+(9-5)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}$ AB=5	2p 2p 1p
6.	Avem $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ $sin^2 120°=sin^2(180°-60°)=sin^2 60°$ Avem $sin^2 120°+cos^2 60°=sin^2 60°+cos^2 60°=1$	1p 3p 1p

Subiectul II **(30 puncte)**

1.	**a)** Pentru $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, avem $A^2-4A=\begin{pmatrix}5&4\\4&5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}8&4\\4&8\end{pmatrix}$ și $A^2-4A=\begin{pmatrix}-3&0\\0&-3\end{pmatrix}=-3I_2$	3p 2p
	b) $det(A+xI_2)=\begin{vmatrix}2+x&1\\1&2+x\end{vmatrix}=(2+x)^2-1$ $(2+x)^2-1=0\Leftrightarrow x^2+4x+3=0$ Se obțin soluțiile reale $x_1=-1$ și $x_2=-3$	2p 1p 1p
	c) A inversabilă $\Leftrightarrow detA\neq 0$ $detA=3\neq 0, A^{-1}=\frac{A^*}{det\,A}$	1p 1p

	$A^* = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ **Sau** din $A^2 - 4A = A \cdot (A - 4I_2) = -3I_2$ și definiția matricei inverse obținem $A^{-1} = -\frac{1}{3}(A - 4I_2)$. Finalizare	2p 1p 2p 3p
2.	**a)** Prin calcul direct obținem $(x+2)(y+2) - 2 = (xy + 2x + 2y + 4) - 2 =$ $= xy + 2x + 2y + 2 = x \circ y$	3p 2p
	b) Asociativitatea $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ $(\forall) x, y, z \in \mathbb{R}$ $(x \circ y) \circ z = \left((x+2)(y+2) - 2\right) \circ z = \left((x+2)(y+2) - 2 + 2\right)(z+2) - 2 =$ $=(x+2)(y+2)(z+2) - 2$ $x \circ (y \circ z) = x \circ \left((y+2)(z+2) - 2\right) = (z+2)\left((y+2)(z+2) - 2 + 2\right) - 2 =$ $=(x+2)(y+2)(z+2) - 2$ $\Rightarrow (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ $(\forall) x, y, z \in \mathbb{R}$	2p 1p 1p 1p
	c) $x \circ x \circ x = (x+2)(x+2)(x+2) - 2 = (x+2)^3 - 2 = -2$ $(x+2)^3 - 2 = -2 \Rightarrow x = -2$	3p 2p

Subiectul III **(30 puncte)**

1.	**a)** f este continuă și derivabilă pe $(0; \infty)$, fiind sumă de funcții continue și derivabile $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{x}$ de unde obținem $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{2x}, x \in (0; \infty)$	3p 2p
	b) $\lim\limits_{x \to \infty} f'(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x} - 4}{2x}$ $\lim\limits_{x \to \infty} f'(x) = 0$	2p 3p
	c) Rezolvăm ecuația $f'(x) = 0$, adică $\frac{\sqrt{x} - 4}{2x} = 0$ $\sqrt{x} - 4 = 0 \Rightarrow x = 16 \in (0; \infty)$ Pentru $x > 16$ obținem $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{2x} > 0$ Rezultă că funcția f este strict crescătoare pe intervalul $(16; \infty)$.	2p 1p 1p 1p
2. a)	F primitivă a lui f dacă F derivabilă și $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ $F'(x) = \left((x-1)e^x\right)' = (x-1)'e^x + (x-1)(e^x)' = e^x + (x-1)e^x$ $= xe^x = f(x)$ **Sau prin** calcul direct $\int f(x)dx = \int x \cdot (e^x)'dx = x \cdot e^x - \int x' \cdot e^x dx =$ $= (x-1)e^x + c$	2p 2p 1p 5p
b)	Avem $F'(x) = f(x) = 0$ $x \cdot e^x > 0$ pentru orice $x > 0$ Rezultă că funcția F este strict crescătoare pe $(0; \infty)$.	2p 2p 1p
c)	$\int f(x)F(x)dx = \int F'(x)F(x)dx = \frac{\left(F(x)\right)^2}{2} + c$	2p
	$\int_0^1 f(x)F(x)dx = \frac{\left(F(x)\right)^2}{2} /_0^1 =$ $= \frac{((x-1)e^x)^2}{2} /_0^1 = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$	2p 1p