INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA

Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022

M_mate-info

Test de antrenament 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30p)

5p 1. Să se calculeze $\log_4\left(7-\sqrt{5}\right)+\log_4\left(7+\sqrt{5}\right)-\log_4 11$.

5p 2. Să se determine imaginea funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-3\cdot x^2-4\cdot x+5$.

5p 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{-3x+5}=2$.

5p 4. Să se determine probabilitatea ca alegând un număr $\overline{ab}$ din mulţimea numerelor naturale de două cifre, să avem $a+b=7$.

5p 5. Să se determine ecuaţia perpendicularei duse din punctul $A(-3,1)$ pe dreapta $d:2x-3y+1=0$.

5p 6. Ştiind că $\cos x=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, să se calculeze $\cos 2x$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&-1&-1\\-1&2&-1\\-1&-1&2\end{pmatrix}$ şi $C_t=\dfrac{1}{3t^2}\cdot A+\dfrac{t}{3}\cdot B,\ t\in\mathbb{R}^*$.

5p a) Să se calculeze $B\cdot A$.

5p b) Să se demonstreze că $C_x\cdot C_y=C_{x\cdot y},\ (\forall)x,y\in\mathbb{R}^*$.

5p c) Să se demonstreze că $\det(C_t)\neq 0,$ pentru $(\forall)t\in\mathbb{R}^*$.

2. Pe mulţimea $G=[0,\infty)$ se defineşte operaţia $x*y=\ln\left(e^x+e^y-1\right),(\forall)x,y\in G.$

5p a) Să se demonstreze că $(\forall)x,y\in G,$ atunci $x*y\in G$.

5p b) Să se demonstreze că legea de compoziţie "$*$" definită pe mulțimea G este asociativă.

5p c) Pentru $n\in\mathbb{N},n\geq 2$, să se determine $x\in G$ astfel încât $\underbrace{x*x*x*...*x}_{de\ n\ ori\ x}=2x.$

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1}{\ln a}\cdot\ln\left(x^2+1\right),$ unde $a>0,\ a\neq 1.$

5p a) Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbb{R}$.

5p b) Să se determine valorile reale ale lui a, pentru care funcţia f este convexă pe $(-1,1)$.

5p c) Utilizând teorema lui Lagrange, să se demonstreze că există $c\in\left(\dfrac{1}{e},e\right)$ astfel încât $\dfrac{c}{c^2+1}=\dfrac{e}{e^2-1}$.

2. Se consideră şirul $(I_n)_{n\geq 0}$ având termenul general $I_n=\displaystyle\int_0^1\frac{x^n}{x^2+x+1}dx,\ n\in\mathbb{N}.$.

5p a) Să se calculeze I_0 şi I_1.

5p b) Să se demonstreze că şirul $(I_n)_{n\geq 0}$ este convergent.

5p c) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}I_n$.