

Olimpiada de matematică Etapa locală - 10 februarie 2023

Clasa a V-a Enunțuri

1.
 - a) Determinați ultima cifră a numărului 2^{3^2}
 - b) Fie a, b, c, d numere prime diferite, mai mari decât 2. Demonstrați că numărul $2^{a^2} + 2^{b^2} + 2^{c^2} + 2^{d^2}$ nu poate fi pătrat perfect.
(Revista de Matematică din Hunedoara Nr. 9/ 2019)
2. La o expoziție au fost aduse 45 de motociclete și automobile în total. Se știe că o motocicletă are 2 roți și un automobil are 4 roți.
 - a) Demonstrați că numărul total de roți nu poate fi egal cu 121.
 - b) Dacă în total sunt 122 de roți determinați numărul de motociclete.
3. Bunicul are 7 nepoți: Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil, Florin și Gabriel. Vârsta bunicului este de 74 de ani și este egală cu suma vârstelor nepoților săi. Vârstele lui Andrei, Bogdan, Costin, Dan, Emil și Florin sunt numere pare consecutive în această ordine, iar Gabriel are un frate geamăn. Câți ani are Gabriel și cum se numește fratele său geamăn?
(Gazeta Matematică Nr. 10/ 2022)
4. Un număr natural se numește *olimpic* dacă se poate scrie ca suma dintre un număr impar și succesorul său. De exemplu numărul 15 este *olimpic* deoarece $15 = 7 + 8$.
 - a) Demonstrați că numărul 99 este *olimpic*.
 - b) Demonstrați că oricum vom aduna trei numere olimpice suma acestora nu poate fi egală cu 2023.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
 - Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
 - Nu se acordă puncte din oficiu;
 - Punctajul minim de calificare la etapa județeană este de 11,5p;
 - Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.
-