INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c) simulare - 11.02.2013

M_șt-nat

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculaţi suma primilor cinci termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_2 = 4$ şi $b_3 = 8$.

5p **2.** Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $(m^2 - m)\cdot x + 1 > 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+1} + x = x\cdot 2^x + 2$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 5.

5p **5.** Calculaţi $|\vec{u} + \vec{v}|$ dacă $u = \vec{i} - 2\vec{j}$ şi $\vec{v} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$.

5p **6.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0), A(3,3)$ şi $B(6,0)$. Determinaţi coordonatele ortocentrului triunghiului *OAB*.

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. Pentru $n \in \mathbb{N}$ se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & n \\ 1 & 4 & n^2 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculaţi $\det(A)$.

5p **b)** Determinaţi $n \in \mathbb{N}$ pentru care A este inversabilă.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1), B(2,4)$ şi $C(n,n^2)$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$. Să se arate că aria triunghiului ABC este un număr natural.

2. Se consideră corpul $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$.

5p **a)** Să se verifice că $x^3 = x$ pentru orice $x \in \mathbb{Z}_3$.

5p **b)** Să se arate că $(x+y)^3 = x^3 + y^3$ pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}_3$.

5p **c)** Să se determine $a \in \mathbb{Z}_3$ astfel ca $a^3 + a + \hat{1} = \hat{0}$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Fie $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ pentru orice $x \in (0,\infty)$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x)$.

5p **b)** Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f.

5p **c)** Să se arate că $e^{\pi} > \pi^{e}$.

2. Se consideră şirul $(I_n)_{n\geq 1}$ definit prin $I_n = \int_1^e (\ln x)^n dx$ pentru orice $n \geq 1$.

5p **a)** Să se calculeze I_1.

5p **b)** Să se arate că $I_{n+1} = e - (n+1)\cdot I_n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

5p **c)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} I_n$.