INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c) simulare - 11.02.2013
Matematică *M_pedagogic*

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.

· **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

· **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

Subiectul I *(30 puncte)*

5p 1. Se consideră ecuația $x^2 + 5x + 7 = 0$, cu rădăcinile x_1 și x_2 . Să se arate că $x_1^2 + x_2^2 \in \mathbb{Z}$.

5p 2. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică de rație 2 cu $a_3 + a_4 = 8$. Calculați suma primilor 35 de termeni ai progresiei aritmetice.

5p 3. Într-un patrulater ABCD se notează cu E și F mijloacele laturilor AD, respectiv BC. Arătați că $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}\right)$.

5p 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\left\{\sqrt[3]{n} \mid n \in \mathbb{N}^*,\ n \leq 100\right\}$, acesta să fie număr rațional.

5p 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră dreptele de ecuație $d_1 : 3x - 4y + 1 = 0$, respectiv $d_2 : x + y - 2 = 0$. Precizați valoarea de adevăr a propoziției: ”Dreptele d_1și d_2 sunt paralele”.

5p 6. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC, știind că $AB = 4, AC = 3$ și $m\widehat{BAC} = 60^o$.

Subiectul al II-lea *(30 puncte)*

1. Pe mulțimea numerelor întregi definim legile de compoziție $x \circ y = x + y - 3$, respectiv $x * y = xy - 3x - 3y + 12$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$.

5p a) Să se demonstreze că legea ” $*$ ” este asociativă.

5p b) Să se calculeze că $4 * 5 * 6$.

5p c) Determinați elementul neutru al legii de compoziție ” $*$ ”.

5p d) Să se arate că $x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z), (\forall) x, y, z \in \mathbb{Z}$.

5p e) Să se calculeze $4 * (2012 \circ 4)$.

5p f) Să se rezolve în mulțimea $\mathbb{Z}$ ecuația $\underbrace{x * x * \dots \dots * x}_{de\ 2013\ ori} = 2^{2013} + 3$.

Subiectul al III-lea *(30 puncte)*

1. Fie sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + ay = 1 \\ y + az = a \\ z + x = 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Pentru $a = \sqrt{3}$ calculați determinantul matricei sistemului.

5p b) Să se arate că $detA \neq 0$, unde A este matricea asociată sistemului de ecuații liniare.

5p c) Să se arate că soluția sistemului este formată din termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

2. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ de forma $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ notăm $B_n = A^n + A^{n+1} + A^{n+2}$.

5p a) Să se afle A^n pentru $n \in \mathbb{N}^*$.

5p b) Să se determine valorile lui a pentru care toate matricele $B_n, n \in \mathbb{N}^*$ sunt inversabile.

5p c) Să se găsească valorile lui a pentru care $\sum_{k=1}^{n} \det(B_k) = 0$.