INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c) simulare - 11.02.2013
M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale
• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I (30 puncte)

5p 1. Să se calculeze $\sqrt[3]{64}+\log_3\frac{1}{9}+5^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{125}$.

5p 2. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ știind că minimul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2-3mx+1$ este egal cu - 8.

5p 3. Să se rezolve ecuația $\lg^2 x-5\lg x+6=0$ în mulțimea numerelor reale.

5p 4. Să se determine $n\in\mathbb{N}$ pentru care $C_{13}^1+C_{13}^3+C_{13}^5+C_{13}^7+C_{13}^9+C_{13}^{11}+C_{13}^{13}=2^{n-2}$.

5p 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1,1); B(0,2); C(4,0)$. Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{AG}$, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

5p 6. Să se calculeze $\sin 2a$, dacă $\sin a=\frac{3}{5},\ a\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

Subiectul II (30 puncte)

1. Fie $m\in\mathbb{R}$, sistemul de ecuații $\begin{cases}x+y+z=1\\ x+my+z=1\\ x+my+mz=-2\end{cases}$ și A matricea sistemului.

5p a) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care matricea A este inversabilă.
5p b) Să se determine valorile lui m pentru care sistemul este incompatibil.
5p c) Să se rezolve sistemul pentru $m=2$.

2. Pe mulțimea $G=(4,\infty)$ se definește legea de compoziție
$x\circ y=xy-4x-4y+20,\ \forall x,y\in G$.

5p a) Să se arate că $(G,\circ)$ este grup abelian.
5p b) Să se demonstreze că funcția $f:(0,\infty)\to G,\ f(x)=x+4$ este izomorfism de la grupul $((0,\infty),\cdot)$ la grupul $(G,\circ)$.
5p c) Să se calculeze $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{2013\ ori}$.

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=(x^2-2x-1)e^x$.

5p a) Să se scrie ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției.
5p b) Să se determine punctele de extrem ale funcției.
5p c) Să se determine intervalele de convexitate-concavitate.

2. Fie funcțiile $f_n:[0,\infty)\to\mathbb{R},\ f_n(x)=\frac{x^n}{1+x^n},\ n\in\mathbb{N}$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^1 f_1(x)dx$.
5p b) Să se arate că $\int_0^1 f_1(x)dx+\int_0^1\ln(x+1)dx=\ln 2$.
5p c) Să se arate că pentru orice numere $a,b\in(0,\infty)$ cu $b-a=1$, avem $\int_a^b f_n(x)dx\le 1$.