INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI HUNEDOARA
Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c) simulare - 11.02.2013
Matematică/Informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
• Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ este natural.

5p **2.** Determinaţi $m\in\mathbb{R}$ astfel încât graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=|x-1|-m$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$ să nu intersecteze axa *Ox*.

5p **3.** Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\log_3(4-x^2)=1+\log_3 x$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând la întâmplare o submulţime dintre submulţimile mulţimii $\{1,2,3,4,5\}$ aceasta sa nu-l conţină pe 1.

5p **5.** Se consideră punctele A,B,C astfel ca $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}-3\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=-5\vec{i}+\vec{j}$. Să se arate că vectorii $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ şi $\text{tg}x+\text{ctg}x=3$ să se afle $\text{ctg}2x$.

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. În mulţimea S_4 a permutărilor de ordinul 4 se consideră

$$\alpha=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&3&4\end{pmatrix} \text{ şi } \beta=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix}.$$

5p **a)** Să se calculeze $\alpha\circ\beta$.

5p **b)** Să se determine $x\in S_4$ astfel ca $\alpha\circ x\circ\alpha=\beta$.

5p **c)** Să se arate că nu există $x\in S_4$ astfel ca $x^4=\alpha$.

2. Fie $H=\left\{X\in M_3(\mathbb{Z}_5)\mid X=\begin{pmatrix}\hat{1}&a&b\\\hat{0}&\hat{1}&a\\\hat{0}&\hat{0}&\hat{1}\end{pmatrix}\right\}$.

5p **a)** Câte elemente are mulţimea *H*?

5p **b)** Să se arate că dacă $A,B\in H$ atunci $A\cdot B\in H$.

5p **c)** Să se determine $X\in H$, astfel încât $X^3=\begin{pmatrix}\hat{1}&\hat{0}&\hat{0}\\\hat{0}&\hat{1}&\hat{0}\\\hat{0}&\hat{0}&\hat{1}\end{pmatrix}$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ pentru orice $x\in(0,\infty)$.

5p **a)** Să se calculeze $f'(x), x>0$.

5p **b)** Aflaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

5p **c)** Determinaţi $m\in\mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $\ln x=mx$ să aibă cel puţin o rădăcină în $(0,\infty)$.

2. Fie funcţia bijectivă $f:[0,\infty)\to[0,\infty)$ definită prin $f(x)=x\cdot e^x$ pentru orice $x\in[0,\infty)$ şi $g:[0,\infty)\to[0,\infty)$ inversa funcţiei f.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_0^1 f(x)dx+\int_0^e g(x)dx=e$.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{\int_0^x g(t)dt}{x^2}$.