Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 16 februarie 2013

Clasa a V-a - barem

1. a) $x=\left(2^{28}+5^9-7^{10}\right):\left(5^9-7^{10}+2^{28}\right)\cdot 3^{26}=3^{26}$ **2p**

$y=2^{100}:\left[\left(6-4\right)^{97}+2^{104}:2^7+2^{98}\right]\cdot 2^{38}=2^{100}:\left(2^{97}+2^{97}+2^{98}\right)\cdot 2^{38}=$

$=2^{100}:\left(2^{97}\cdot 4\right)\cdot 2^{38}=2^{100}:2^{99}\cdot 2^{38}=2^{39}$ **2p**

b) $\left.\begin{array}{l} x=9^{13} \\ y=8^{13} \end{array}\right| \Rightarrow x>y$ **3p**

2. $25+30+35+33=123$ rezolvări **2p**

Dacă din cei 40 de elevi, fiecare ar fi rezolvat cel mult trei probleme, am avea cel mult 120 rezolvări.

$123-120=3$ elevi neapărat au rezolvat toate problemele (principiul cutiei). **3p**

Finalizare **2p**

3. $\overline{abc}=\overline{bc}\cdot 4+\overline{bc}-8$, $a,b\neq 0$.

$100a+\overline{bc}=5\overline{bc}-8$

$100a=4\overline{bc}-8/:4$

$25a=\overline{bc}-2$

Observăm că $\overline{bc}-2\leq 97\Rightarrow a\leq 3$. **4p**

Pentru: $a=3\Rightarrow \overline{bc}=79$

$a=2\Rightarrow \overline{bc}=52$

$a=1\Rightarrow \overline{bc}=27$ **3p**

4. a) Fiecare echipă joacă câte 6 meciuri, deci în total sunt $\left(6\cdot 4\right):2=12$ meciuri. **2p**

b) Punctajul total pe un meci este 3p puncte când o echipă câştigă şi 2 puncte la meci egal. **2p**

La egal se pierde un punct din maximul posibil. **1p**

Punctajul maxim este 36, deci s-au pierdut 2 puncte, deci au fost 2 meciuri egale. **2p**

NOTĂ

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 16 februarie 2013

Clasa a VI-a – barem

1. a) $\left(\frac{2}{3}+3\frac{7}{11}+\frac{235}{990}\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{40}{11}+\frac{47}{198}\right)=\left(\frac{2}{3}+\frac{40}{11}+\frac{47}{198}\right):\left(\frac{2}{3}+\frac{40}{11}+\frac{47}{198}\right)=1$ **3p**

b) Avem $B=\frac{a+6}{3a}$, deci $3a$ divide pe $a+6$. **2p**

Se obţine $a=3$ **2p**

2. Fie $d=(a,b)\Rightarrow a=da',b=db'$, a',b' prime între ele. Cum $[a,b]=da'b'\Rightarrow da'b'=15d\Rightarrow a'b'=15$ **3p**

Avem de studiat 4 cazuri:

1) $a'=1,b'=15\Rightarrow a=3,b=45$

2) $a'=3,b'=5\Rightarrow a=15,b=25$

3) $a'=5,b'=3$ nu convine

4) $a'=15,b'=1$ nu convine **4p**

3. Fie unghiurile adiacente suplimentare AOB şi BOC.

a) Notăm $mAOB=x\Rightarrow mBOC=2x+45^0\Rightarrow x=45^0\Rightarrow m(\sphericalangle AOB)=45^0$, $m(BOC)=135^0$ **4p**

b) Fie $m(BOE)=m(EOA)=y\Rightarrow m(DOB)=90-y$ şi $m(COD)=90-y$. **3p**

4. a) Dacă S reprezintă deplasare spre stânga şi D spre dreapta atunci o variantă ar fi S-D-D-S **2p**

b) Numărul minim de mutări este 3 , de exemplu S-S-D **2p**

c) Ideea este că 4 mutări consecutive pe sensul S-D-D-S lasă robotul pe loc. 173 dă restul 3 la împărţirea cu 4, deci primele trei mutări le face ca la punctul b), iar apoi tot câte patru pe schema de mai sus. **3p**

NOTĂ

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 16 februarie 2013

Clasa a VII-a - barem

1. a) Cu notaţia $a=3k, b=4k$ şi $c=5k$, numărul $\frac{10a+b+4c}{a+b-c}$ devine egal cu $27=3^3$ **3p**

b) $u\left(2012^{2013}\right)=2$, $u\left(2013^{2012}\right)=1$, deci numărul de sub radical nu e pătrat perfect. **4p**

2. a) Figura **1p**

Triunghiul $\triangle ABF$ este isoscel deoarece bisectoarea din A este şi înălţime. **3p**

b) Analog şi triunghiul $\triangle ADG$ este isoscel şi atunci $[FG]\equiv[BD]\equiv[CE]$. **3p**

3. Notăm cu k valoarea comună a celor 5 module. **1p**

Avem $a-b=\pm k$ şi analoagele. **2p**

Adunând toate cele 5 relaţii se obţine $0=\pm k\pm k\pm k\pm k\pm k$, de unde singura posibilitate este $k=0$ şi apoi concluzia. **4p**

4. a) Construim înălţimea CM **1p**

Avem $MB>BC-AD \Rightarrow AB-CD>BC-AD$. **2p**

b) Patrulaterul $ABCM$ este dreptunghi $\Rightarrow DM=AC$. **1p**

$DM+MB>BD$. **1p**

Finalizare . **2p**

NOTĂ

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada de matematică
Faza Zonală - 16 februarie 2013

Clasa a VIII-a - barem

1. $BC = 8cm \Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = 4cm$ **2p**

Din T.3 $\perp \Rightarrow EM \perp BC, EM = 8cm$ şi obţinem $A_{EBC} = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32\left(cm^2\right)$, **2p**

Din T.3 $\perp \Rightarrow FM \perp BC, FM = 16cm$, deci $A_{FBC} = \frac{8 \cdot 16}{2} = 64\left(cm^2\right)$ **2p**

Cum $A_{ABC} = 16\left(cm^2\right)$ se obţine concluzia. **1p**

2. a) Se analizează cazurile $n = 2k$ şi $n = 2k + 1$. **2p**

b) $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$ **1p**

Numerele AB^2, AD^2, AA'^2 sunt de forma $4k + 1$. **2p**

Suma lor este de forma $4k + 3$ deci nu este pătrat perfect şi apoi concluzia. **2p**

3. a) Ipoteza conduce la $(a - b)^2 \le 0 \Rightarrow a = b$. **2p**

b) Cu notaţia $a = 3^{x-2}$ şi $b = 3^{y+2}$ ipoteza devine $a^2 + b^2 \le 2ab$ de unde $a = b \Rightarrow 3^{x-2} = 3^{y+2}$ **2p**

$\Rightarrow 3^x = 3^{y+4}$ **1p**

$\Rightarrow 3^x + 3^y = 3^y \cdot 82$ şi concluzia. **2p**

4. a) Patrulaterele $CDFB$ şi $CDBE$ sunt paralelograme. **2p**

BF şi BE sunt paralele cu DC, deci F, B, E sunt coliniare. **1p**

b) B este mijlocul lui EF. **1p**

$AB \perp CD \Rightarrow AB \perp EF$; **2p**

Finalizare. **1p**

NOTĂ

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro