



**Simularea Examenului de Bacalaureat 2013  
Proba E.c) - Proba scrisă la MATEMATICĂ**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 puncte)**

- 5p** 1. Se consideră progresia aritmetică cu termenii pozitivi:  $b_1, 6, b_3, 24, \dots$ . Calculați suma  $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_9$ .
- 5p** 2. Demonstrați că ecuația  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$  admite rădăcini reale distincte, oricare ar fi  $m \in \mathbb{R}$ .
- 5p** 3. Determinați toate rădăcinile reale ale ecuației  $4^{|2x+1|} = 256$ .
- 5p** 4. Fie dezvoltarea  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{30}$ , unde  $x \in \mathbb{R}^*$ . Determinați rangul termenului care nu îl conține pe  $x$ .
- 5p** 5. Fie punctele  $A(1,1)$ ,  $B(3,7)$  și  $C(5,3)$ , iar  $M$  mijlocul segmentului  $[AB]$ . Calculați lungimea segmentului  $[CM]$ .
- 5p** 6. În triunghiul  $ABC$  avem  $m(\sphericalangle A) = 45^\circ$ ,  $m(\sphericalangle B) = 105^\circ$  și  $AB = 3\sqrt{3}$ . Calculați lungimea laturii  $BC$ .

**SUBIECTUL II**

**(30 puncte)**

- 1.** Se consideră mulțimea  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$  și matricele  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Demonstrați că  $I_3$  și  $O_3$  aparțin mulțimii  $G$ ;
- 5p** b) Demonstrați că oricare ar fi  $A, B \in G$  avem  $A \cdot B \in G$ ;
- 5p** c) Fie  $A \in G$  cu proprietatea  $\det(A) = 0$ . Calculați  $A^{2013}$ .
- 2.** Pe  $\mathbb{R}$  considerăm legea " $\circ$ " definită prin  $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ . Se știe că această lege este asociativă.
- 5p** a) Determinați elementul neutru al acestei legi;
- 5p** b) Prin inducție matematică demonstrați că pentru orice  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$  are loc relația  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{n \text{ ori de } x} = (x-6)^n + 6$
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  care verifică ecuația  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{8 \text{ ori de } x} = 262$ .

**SUBIECTUL III**

**(30 puncte)**

- 1.** Se consideră funcția  $f: (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ .
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției  $f$  spre  $+\infty$ ;
- 5p** b) Determinați coordonatele punctului de extrem al funcției  $f$ ;
- 5p** c) Demonstrați că  $(\ln 2013 - 2)\ln^2 2012 < (\ln 2012 - 2)\ln^2 2013$ .
- 2.** Se consideră funcția  $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ .
- 5p** a) Să se determine volumul corpului obținut prin rotirea graficului funcției  $f$  în jurul axei  $Ox$ ;
- 5p** b) Calculați  $\int_1^2 xf(x)dx$ ;
- 5p** c) Calculați  $\int_1^2 e^{xf^2(x)}dx$ .