

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. TÉTEL

(30 pont)

- 5p** 1. Igazold, hogy $3(2 - \sqrt{2}) + 3\sqrt{2} = 6$.
- 5p** 2. Számítsd ki az $f(0) \cdot f(2)$ szorzatot, ha $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$.
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $5^{x-2} = 25$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy termék ára 100 lej. Mennyibe kerül a termék 10%-os áremelés után?
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adott az $A(1,1)$ és $B(1,3)$ pont. Számítsd ki az A és B pontok közötti távolságot!
- 5p** 6. Számítsd ki a $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ$ összeget!

II. TÉTEL

(30 pont)

1. Adott az $M(a) = \begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{pmatrix}$ mátrix, ahol a tetszőleges valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy $M\left(\frac{1}{2}\right) + M\left(-\frac{1}{2}\right) = M(0)$.
- 5p** b) Határozd meg az a valós szám azon értékét, amelyre $\det(M(a)) = 0$.
- 5p** c) Határozd meg az $M(-2) + M(-1) + M(0) + M(1) + M(2)$ mátrixot!
2. Adott az $f = X^3 - 2X^2 + 1$ polinom.
- 5p** a) Igazold, hogy $f(1) = 0$.
- 5p** b) Határozd meg az f polinomnak $g = X^2 - 2X + 1$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát!
- 5p** c) Számítsd ki az $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ összeget, ahol x_1, x_2, x_3 az f polinom gyökeit jelöli!

III. TÉTEL

(30 pont)

1. Adott az $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - 1$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $2\sqrt{x} f'(x) = 1$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén!
- 5p** b) Mutasd ki, hogy az f függvény grafikus képe $x_0 = 4$ abszcisszájú pontjában húzott érintőjének egyenlete $y = \frac{1}{4}x$.
- 5p** c) Igazold, hogy f konkáv a $(0, +\infty)$ intervallumon!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx$ integrál értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + \ln x$ függvény a f függvénynek egy primitív függvénye!
- 5p** c) Számítsd ki az f függvény grafikus képe, az Ox tengely valamint az $x=1$ és $x=2$ egyenletű egyenesek által közrezárt síkidom területét!