

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Докажите да је број $a = 3(3 - 2i) + 2(5 + 3i)$ реалан.
- 56 2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$. Израчунајте $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $\log_2(2x) = \log_2(1+x)$.
- 56 4. Након поскупљења од 10% цена једног производа је 2200 леја. Израчунајте цену производа пре поскупљења.
- 56 5. Одредите реалан број a за који вектори $\vec{u} = \vec{i} + 4\vec{j}$ и $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ су колинеарни.
- 56 6. Одредите $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, знајући да је $\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се детерминанта $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$, где су a и b реални бројеви.
- 56 а) Докажите да је $D(2, 3) = 2$.
- 56 б) Проверите да ли је $D(a, b) = (a-1)(b-1)(b-a)$, за било које реалне бројеве a и b .
- 56 в) У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $P_n(n, n^2)$, где је n ненулта природан број. Одредите природан број n , $n \geq 3$, за који је површина троугла $P_1P_2P_n$ једнака са 1.
2. Сматрају се x_1, x_2, x_3 комплексни корени полинома $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$, где је m реалан број.
- 56 а) За $m = 4$, докажите да је $f(4) = 8$.
- 56 б) Одредите реалан број m за који корени полинома f проверавају релацију $x_1 + x_2 = x_3$.
- 56 в) Ако је $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, докажите да се f дели са $X - 3$.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2}$.
- 56 а) Израчунајте $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Одредите једначину тангенте на графику функције f у тачки апсцисе $x_0 = 0$, који је на графику функције f .
- 56 в) Докажите да је $f(x) \geq 1$, за било које $x \in \mathbb{R}$.
2. За сваки ненулта природан број n сматра се број $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$.
- 56 а) Израчунајте I_1 .
- 56 б) Докажите да је $I_{n+1} + (n+1)I_n = e$, за било који ненулта природан број n .
- 56 в) Докажите да је $1 \leq (n+1)I_n \leq e$, за било који ненулта природан број n .