

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M<sub>șt-nat</sub>*

Varianta 2

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. TÊTEL

(30 punct)

- 5p 1. Mutasd ki, hogy az  $x = 2(1+i) - 2i$  szám valós.
- 5p 2. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$  függvény esetén számítsd ki  $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(5)$  értékét.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$  egyenletet.
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen választva ki egy számot, e szám számjegyeinek szorzata 5 legyen.
- 5p 5. Adottak az  $A, B$  és  $C$  pontok, úgy, hogy  $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$  és  $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + \vec{j}$ . Számítsd ki az  $\overrightarrow{AC}$  vektor hosszát.
- 5p 6. Legyen  $E(x) = \sin x + \cos \frac{x}{2}$ , ahol  $x$  egy valós szám. Számítsd ki  $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$  értékét.

II. TÊTEL

(30 punct)

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  mátrix.
- 5p a) Számítsd ki  $\det A$  értékét.
- 5p b) Mutasd ki, hogy  $A^2 - 6A = I_2$ .
- 5p c) Határozd meg a  $B = A - 6I_2$  mátrix inverzét.
2. Adott az  $\mathbb{R}$  halmazon értelmezett,  $x * y = \sqrt{x^2 + y^2} + 4$  asszociatív művelet.
- 5p a) Számítsd ki  $2 * 2$  értékét.
- 5p b) Oldd meg az  $x * x = \sqrt{12}$  egyenletet a valós számok halmazán.
- 5p c) Mutasd ki, hogy az  $\underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_{8 \text{ darab } 1\text{-es}}$  szám egy egész szám.

III. TÊTEL

(30 punct)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 - 6x + 9)$  függvény.
- 5p a) Mutasd ki, hogy  $f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén.
- 5p b) Ellenőrizd, hogy teljesül-e az  $f(x) + f''(x) = 2(f'(x) + e^x)$  egyenlőség, bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén?
- 5p c) Határozd meg az  $f$  függvény szélsőérték pontjait.
2. Adott az  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  függvény.
- 5p a) Számítsd ki  $\int_0^1 (x+1)f(x)dx$  értékét.
- 5p b) Mutasd ki, hogy  $\int_0^1 x^2 f(x)dx + \int_0^1 x^3 f(x)dx = \frac{1}{4}$ .
- 5p c) Határozd meg a  $h: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x)$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli elforgatásából származó test térfogatát.