

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)  
Matematică *M\_șt-nat***

**Varianța 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. THEMA**

**(30 Puncte)**

- 5p** 1. Zeige, dass die Zahl  $x = 2(1+i) - 2i$  reell ist.
- 5p** 2. Berechne  $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(5)$  für die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ .
- 5p** 3. Löse die Gleichung  $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$  in der Menge der reellen Zahlen.
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt der Ziffern einer zufällig gewählten zweistelligen natürlichen Zahl 5 ist.
- 5p** 5. Gegeben werden die Punkte  $A, B$  und  $C$  so, dass  $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$  und  $\overrightarrow{BC} = 2\vec{i} + \vec{j}$ . Berechne die Länge des Vektors  $\overrightarrow{AC}$ .
- 5p** 6. Gegeben wird  $E(x) = \sin x + \cos \frac{x}{2}$ , wobei  $x$  eine reelle Zahl ist. Berechne  $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

**II. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben wird die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Berechne  $\det A$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $A^2 - 6A = I_2$ .
- 5p** c) Bestimme die Umkehrmatrix der Matrix  $B = A - 6I_2$ .
2. In  $\mathbb{R}$  wird die assoziative Verknüpfung  $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$  definiert.
- 5p** a) Berechne  $2 * 2$ .
- 5p** b) Löse die Gleichung  $x * x = \sqrt{12}$  in der Menge der reellen Zahlen.
- 5p** c) Zeige, dass die Zahl  $\underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_{1 \text{ ist } 8 \text{ Mal}}$  ganz ist.

**III. THEMA**

**(30 Puncte)**

1. Gegeben wird die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 - 6x + 9)$ .
- 5p** a) Zeige, dass  $f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$ , für jedes  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Untersuche, ob  $f(x) + f''(x) = 2(f'(x) + e^x)$ , für jedes  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** c) Bestimme die Extrempunkte der Funktion  $f$ .
2. Gegeben wird die Funktion  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ .
- 5p** a) Berechne  $\int_0^1 (x+1)f(x)dx$ .
- 5p** b) Zeige, dass  $\int_0^1 x^2 f(x)dx + \int_0^1 x^3 f(x)dx = \frac{1}{4}$ .
- 5p** c) Bestimme das Volumen des Körpers, der durch Drehung des Schaubildes der Funktion  $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x)$ , um die  $Ox$ -Achse entsteht.