

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_mate-info***

**Varianta 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**ЗАВДАННЯ I**

**(30 балів)**

- 56 1. Докажіть, що число  $a = 3(3 - 2i) + 2(5 + 3i)$  є дійсним.
- 56 2. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x - 1$ . Обчисліть  $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$ .
- 56 3. Розв'яжіть на множині дійсних чисел рівняння  $\log_2(2x) = \log_2(1+x)$ .
- 56 4. Після подорожчання на 10% ціна деякого товару становить 2200 лей. Обчисліть ціну товару до подорожчання.
- 56 5. Знайдіть дійсне число  $a$ , для якого вектори  $\vec{u} = \vec{i} + 4\vec{j}$  і  $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$  є колінеарними.
- 56 6. Визначте  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , знаючи що  $\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$ .

**ЗАВДАННЯ II**

**(30 балів)**

1. Дано визначник  $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$ , де  $a$  і  $b$  дійсні числа.
- 56 а) Докажіть, що  $D(2, 3) = 2$ .
- 56 б) Перевірте, чи  $D(a, b) = (a-1)(b-1)(b-a)$  для будь-яких дійсних  $a$  і  $b$ .
- 56 в) В декартовому репері  $xOy$  дано точки  $P_n(n, n^2)$ , де  $n$  – ненульове натуральне число. Знайдіть натуральне число  $n$ ,  $n \geq 3$ , для якого площа трикутника  $P_1P_2P_n$  дорівнює 1.
2. Нехай  $x_1, x_2, x_3$  – комплексні корені многочлена  $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$ , де  $m$  дійсне число.
- 56 а) Для  $m = 4$  докажіть, що  $f(4) = 8$ .
- 56 б) Знайдіть дійсне число  $m$ , для якого корені многочлена  $f$  задовільняють відношення  $x_1 + x_2 = x_3$ .
- 56 в) Якщо  $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$ , докажіть, що  $f$  ділиться на  $X - 3$ .

**ЗАВДАННЯ III**

**(30 балів)**

1. Дано функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2}$ .
- 56 а) Обчисліть  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 56 б) Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції  $f$  у точці з абсцисою  $x_0 = 0$ , розміщеною на графіку функції  $f$ .
- 56 в) Доведіть, що  $f(x) \geq 1$  для будь-якого  $x \in \mathbb{R}$ .
2. Для кожного ненульового натурального числа  $n$  розглядають  $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ .
- 56 а) Обчисліть  $I_1$ .
- 56 б) Докажіть, що  $I_{n+1} + (n+1)I_n = e$  для будь-якого ненульового натурального числа  $n$ .
- 56 в) Докажіть, що  $1 \leq (n+1)I_n \leq e$  для будь-якого ненульового натурального числа  $n$ .