

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p** 1. Zeige, dass die Zahl $a = 3(3 - 2i) + 2(5 + 3i)$ reell ist.
- 5p** 2. Gegeben wird die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$. Berechne $f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_2(2x) = \log_2(1+x)$.
- 5p** 4. Der Preis einer Ware beträgt, nach einer Erhöhung von 10%, 2200 Lei. Berechne den Preis der Ware vor der Erhöhung.
- 5p** 5. Bestimme die reelle Zahl a so, dass die Vektoren $\vec{u} = \vec{i} + 4\vec{j}$ und $\vec{v} = 2\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ kollinear sind.
- 5p** 6. Bestimme $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, wenn $\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x} = 4$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben wird die Determinante $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$, wo a und b reelle Zahlen sind.
- 5p** a) Zeige, dass $D(2, 3) = 2$.
- 5p** b) Untersuche, ob $D(a, b) = (a-1)(b-1)(b-a)$, für alle reelle Zahlen a und b .
- 5p** c) Im kartesischen Koordinatensystem xOy werden die Punkte $P_n(n, n^2)$ gegeben, wo n eine natürliche von Null verschiedene Zahl ist. Bestimme die natürliche Zahl n , $n \geq 3$ so, dass der Flächeninhalt des Dreiecks $P_1P_2P_n$ gleich 1 ist.
2. Gegeben werden die komplexen Wurzeln x_1, x_2, x_3 des Polynoms $f = X^3 - 4X^2 + 3X - m$, wo m eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Für $m = 4$, zeige, dass $f(4) = 8$.
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl m so, dass die Wurzeln des Polynoms f die Beziehung $x_1 + x_2 = x_3$ erfüllen.
- 5p** c) Wenn $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 7(x_1 + x_2 + x_3)$, zeige, dass f durch $X - 3$ teilbar ist.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben wird die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2}$.
- 5p** a) Berechne $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x_0 = 0$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.
- 5p** c) Beweise, dass $f(x) \geq 1$, für alle $x \in \mathbb{R}$.
2. Gegeben wird die Zahl $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n .
- 5p** a) Berechne I_1 .
- 5p** b) Zeige, dass $I_{n+1} + (n+1)I_n = e$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n .
- 5p** c) Zeige, dass $1 \leq (n+1)I_n \leq e$, für jede natürliche von Null verschiedene Zahl n .