

Concursul Interjudețean de Matematică Memorialul "Traian Lalescu"

Ediția a XXX-a, Deva, 25 - 27 martie 2016

Barem de corectare

Clasa a V-a

Subiectul 1

Start 1p

$$\frac{\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{cba}}{6} = 37(a + b + c) \dots\dots\dots 3p$$

$37(a + b + c)$ are ultima cifră 5 dacă și numai dacă suma $a + b + c$ are ultima cifră 5 1p

Cum a, b, c sunt cifre nenule, rezultă că $a + b + c \in \{5, 15, 25\}$ 1p

Cel mai mic număr ce satisface condițiile problemei se obține pentru $a + b + c = 5$ și este 113 ... 2p

Cel mai mare număr ce satisface condițiile problemei se obține pentru $a + b + c = 25$ și este 997 2p

Subiectul 2

Start 1p

a) Numărul minim de elefanți se obține dacă pe tablă sunt scrise cele mai mici 64 de numere naturale, astfel că acest număr minim va fi $0 + 1 + 2 + \dots + 62 + 63 = 2016$ 3p

b) Numărul minim se obține dacă pe fiecare linie și fiecare coloană apar cele mai mici 8 numere naturale
1p

Există o configurație (de ex. restul împărțirii lui $i + j$ prin 8 pe linia i și coloana j) cu această proprietate
1p

Numărul elefanților va fi $8 \times (0 + 1 + \dots + 7) = 224$ 1p

c) Numărul minim se obține dacă sunt folosite doar cele mai mici două numere naturale 1p

Există o configurație (de ex. alb = 0, negru = 1) cu această proprietate, 1p

Numărul minim este 32 1p

Subiectul 3

Start 1p

a) Dacă între anii foarte pari succesivi $A = \overline{abcd}$ și $B = \overline{efgh}$ ($A < B$, a, b, c, d, e, f, g, h cifre pare) există o diferență de ordinul miilor, atunci $e \geq a + 2$ 1p

Rezultă deci că toți anii dintre $\overline{(a + 1)000}$ și $\overline{(a + 1)999}$, care nu sunt foarte pari, vor fi cuprinși între A și B 1p

Cel mai mare an foarte par mai mic decât $\overline{(a + 1)000}$ este $\overline{a888}$ și cel mai mic an foarte par mai mare decât $\overline{(a + 1)999}$ este $\overline{(a + 2)000}$ 1p

Cum între A și B nu pot exista alți ani foarte pari, rezultă $A = \overline{a888}$ și $B = \overline{(a+2)000}$, deci diferența maximă este 1112 1p

Găsirea unui exemplu de ani cu proprietatea cerută (e.g. 2888 și 4000) 1p

b) Fie A un an foarte par. Dacă ultima cifră a lui A este 0,2,4 sau 6, prin adunarea lui 2 se obține de asemenea un an foarte par. Prin urmare, pentru a găsi ani foarte pari succesivi la distanță mai mare ca 2, cel mai mic dintre ei trebuie să aibă ultima cifră 8 2p

Dacă ultima cifră a lui A este 8 și îi adunăm 4, 6, 8 sau 10, vom obține un an care are cifra zecilor impară. Așadar, cea mai mică diferență posibilă mai mare ca 2 este ≥ 12 1p

Găsirea unui exemplu de ani foarte pari succesivi având diferența 12 (e.g. 2008 și 2020) 1p

Subiectul 4

Start 1p

a) Numărul partidelor disputate este $\frac{10 + 15 + 17}{2} = 21$ 3p

b) Niciun jucător nu se poate odihni 2 sau mai multe partide consecutiv, deci numărul partidelor pe care le poate sta deoparte este cel mult 11 3p

Cum Alin joacă doar 10 partide, rezultă că el a stat deoparte în partidele 1, 3, 5, 7, ..., 19, 21 .. 2p

Deoarece nu participă la a treia partidă, Alin a pierdut-o pe cea de-a doua 1p