



**Simularea examenului de bacalaureat național 2017**

**Proba E. c) - 26.01.2017**

**M\_mate-info**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**Subiectul I**

**(30 puncte)**

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex  $z$ , unde  $z = \frac{2i}{3-4i}$ .
- 5p 2. Determinați  $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , astfel încât parabola asociată funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (m+2)x^2 - 2mx + 1$  să intersecteze axa  $Ox$  în două puncte distincte.
- 5p 3. Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$ .
- 5p 4. Determinați câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ .
- 5p 5. Se consideră triunghiul  $ABC$  și punctele  $M, N, P$  mijloacele laturilor  $AB, BC$ , respectiv  $AC$ . Demonstrați că  $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu vârfurile  $A(-2, 3)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $C(3, 4)$ . Determinați ecuația înălțimii din  $A$ .

**Subiectul II**

**(30 puncte)**

1. Fie  $m \in \mathbb{R}$ , sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + m^2 y - z = 0 \\ -2x - 3y + 3z = m - 1 \end{cases}$$
 și  $A$  matricea sistemului.
- 5p a) Calculați  $\det(A)$ .
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.
- 5p c) Pentru  $m = 1$ , arătați că  $E = \frac{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}{x_0^2 - 2y_0^2 + 3z_0^2}$  este constantă, pentru orice soluție nebanală  $(x_0, y_0, z_0)$  a sistemului.
2. Fie mulțimea  $G = \left\{ A(a) = \begin{pmatrix} 1-2a & a \\ -6a & 1+3a \end{pmatrix}, a \in (-1, \infty) \right\}$ .
- 5p a) Demonstrați că  $G$  este parte stabilă a lui  $M_2(\mathbb{R})$  în raport cu înmulțirea matricelor.
- 5p b) Arătați că  $(G, \cdot)$  este grup abelian.
- 5p c) Calculați  $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}^{2017}$ .

**Subiectul III**

**(30 puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \ln(x+1)$ .
- 5p a) Demonstrați că  $x \geq \ln(x+1)$ ,  $\forall x \in (-1, \infty)$ .
- 5p b) Determinați asimptotele graficului funcției.
- 5p c) Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 0}$  definit prin  $x_0 > 0$ ,  $x_{n+1} = f(x_n)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ .
2. Pentru  $n \in \mathbb{N}^*$  se definește  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^2} dx$ .
- 5p a) Calculați  $I_0$ .
- 5p b) Demonstrați că  $I_{n+2} + 2I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$ .