



Simularea examenului de bacalaureat național 2018

Proba E. c) simulare 20.12.2017

Matematică M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(2 + \sqrt{2})^2 \cdot 0,5 - \sqrt{8} = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$. Să se determine numărul întreg a pentru care $f(a) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(2x^2 + 2) = 1$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 18% prețul unui obiect este de 177 lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3; -1)$, $B(1; 3)$, $O(0; 0)$ și M mijlocul segmentului AB . Arătați că dreptele OM și AB sunt perpendiculare.
- 5p** 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $2 \cdot \sin x - 1 = 0$ arătați că $2 \cdot \cos x = \sqrt{3}$.

Subiectul al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 7 & x+1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2)) = -1$.
- 5p** b) Arătați că $A(x) + 2 \cdot I_2 = A(x+2)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X = A(5)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$ ($\forall x, y \in \mathbb{R}$).
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$, ($\forall x, y \in \mathbb{R}$).
- 5p** b) Determinați numărul rațional e astfel încât $x \circ e = x$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ 3 < 13$.

Subiectul al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{x-1}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că derivata funcției f este $f'(x) = 1 + \frac{2}{(x+1)^2}$, pentru orice $x \in (-1, \infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este strict crescătoare pe $(-1, \infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (x + f(x)) dx = 15$.
- 5p** b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real pozitiv a pentru care $\int_1^a f(x) dx = -\frac{3}{4}$.



BAREM DE EVALAURE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale;
profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I
puncte)

(30 de

1.	$(2 + \sqrt{2})^2 = 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 6 + 4\sqrt{2}$	3p
	$(6 + 4\sqrt{2}) \cdot 0,5 - \sqrt{8} = 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3$	2p
2.	$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25$	2p
	$a_1 = 2, a_2 = \frac{1}{3}$	2p
	soluția este $a = 2$	1p
3.	$2x^2 + 2 > 0$	1p
	$2x^2 + 2 = 10$	1p
	$x^2 = 4$	1p
	$x \in \{-2; 2\}$	2p
4.	$x + \frac{18}{100} \cdot x = 177$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire	2p
	$x = \frac{17700}{118}$	2p
	$x = 150$ lei	1p
5.	$M(2; 1)$	1p
	$m_{OM} = \frac{1}{2}, m_{AB} = -2$	2p
	$m_{OM} \cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow OM \perp AB$	2p
6.	$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$	3p
	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot \cos x = \sqrt{3}$	2p

Subiectul al II-lea
puncte)

(30 de

1. a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 6 - 7 = -1$	3p



b)	$A(x) + 2 \cdot I_2 = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 7 & x+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$	2p
	$= \begin{pmatrix} x+2 & 1 \\ 7 & x+3 \end{pmatrix} = A(x+2)$	3p
c)	$\det A \neq 0, A(2)^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$	3p
	$X = A(2)^{-1} \cdot A(5) = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 21 & -5 \end{pmatrix}$	2p
2. a)	$2(x-1)(y-1)+1 = 2(xy-x-y+1)+1 =$ $= 2xy-2x-2y+2+1 = x \circ y$	3p 2p
b)	$2(x-1)(e-1)+1 = x, (\forall)x \in \mathbf{R}$	2p
	$2(e-1) = 1 \Rightarrow e = \frac{3}{2}, \text{ pentru } x \neq 1$	2p
	Pentru $x=1$ se verifică aceeași valoare a lui e .	1p
c)	$2 \cdot n \cdot 3 - 2n - 6 + 3 < 13$	2p
	$4n < 16$	1p
	Răspuns: $n \in \{0; 1; 2; 3\}$	2p

**Subiectul al III-lea
puncte)**

(30 de

1. a)	$f'(x) = x' + \frac{(x-1)'(x+1) - (x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} =$	3p
	$= 1 + \frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2} = 1 + \frac{2}{(x+1)^2}$	2p
b)	$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x-1}{x(x+1)} \right) = 1$	2p
	$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x+1} = 1 ; y = mx + n$	2p
	$\Rightarrow y = x+1$ asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	1p
c)	$f'(x) > 0, (\forall)x \in (-1, \infty)$	3p
	Rezultă că f este strict crescătoare pe $(-1, \infty)$	2p
2. a)	$\int_1^2 (x + f(x)) dx = \int_1^2 (x + 4x^3 - x) dx = \int_1^2 4x^3 dx =$	2p
	$= x^4 \Big _1^2 = 2^4 - 1^4 = 15$	3p
b)	$F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, F(x) = x^4 - \frac{x^2}{2} + c, \text{ unde } c \in \mathbf{R}$	3p
	$F(1) = 2 \Rightarrow c = \frac{3}{2}, \text{ deci } F(x) = x^4 - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}$	2p
c)	$\int_1^a f(x) dx = \left(x^4 - \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^a = a^4 - \frac{a^2}{2} - 1 + \frac{1}{2}$	2p



$a^4 - \frac{a^2}{2} - 1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 4a^4 - 2a^2 = 0 \Leftrightarrow a^2(2a^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow a = 0, a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$	2p
$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1p