

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{tehnologic}}$**

**Testul 10**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(3 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{5}(6 + 2\sqrt{5}) = 4$ .
- 5p** 2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5x + 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3x - 1$ . Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{x+4} = 4^{x+3}$ .
- 5p** 4. Un produs costă 360 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 15%.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2, 3)$ ,  $B(-1, -4)$  și  $C(5, 4)$ . Arătați că triunghiul  $AMC$  este dreptunghic, unde  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$ , în care unghiurile  $A$  și  $B$  au măsurile egale cu  $30^\circ$ , respectiv  $45^\circ$  și  $BC = 4$ . Determinați lungimea laturii  $AC$  a triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det A = 1$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $B \cdot B = A$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(B + (\det B)A) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = x + y + 16$ .
- 5p** a) Arătați că  $(-8) \circ 2 = 10$ .
- 5p** b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$  pentru care pentru care  $x \circ \left(\frac{x}{2} + 3\right) \circ x = 2x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{x^2} + \ln x - 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(x)}{x^3 - 1} = -1$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 1$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_1^e (f(x) + 1) \ln x dx = \frac{2e^3 + 1}{9}$ .
- 5p** c) Determinați numărul real,  $a$ ,  $a \in (0, +\infty)$ , pentru care  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (f(\sin x) + f(\cos x)) \operatorname{tg} x dx = \ln a$ .