

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Testul 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{1}{3} - 3 : 9 = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 9$. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 4x + 8} = x$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 8%, un produs costă 184 de lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 3)$, $B(4, 1)$, C și D . Știind că punctele C și B sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv CD , determinați coordonatele punctului D .
- 5p** 6. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \sin x$. Arătați că $\sin x = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot A = 5A$.
- 5p** c) Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\det(xA + (1-x)I_2) \geq 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3xy - x^2 - y^2$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 1$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $2 * x = 1$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $(\sqrt[3]{x} * \sqrt[3]{x}) * \sqrt[3]{x^2} = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - \frac{x}{x+2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 (x^2 + 1) f(x) dx = 24$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 (f(x) - 1) dx$.
- 5p** c) Arătați că orice primitivă F a funcției f este concavă pe $[0, +\infty)$.