

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ

EDIȚIA LIX
BRAȘOV, 2024

**J. ROBERT
OPPENHEIMER**

FIZICIAN AMERICAN

“CUNOAȘTEREA NU POATE FI
ATINSĂ FĂRĂ MORALITATE”

21-26 APRILIE



COMISIA CENTRALĂ A OLIMPIADEI NAȚIONALE DE FIZICĂ, AUTORI DE SUBIECTE

Conf.univ.dr. Sebastian POPESCU - Facultatea de Fizică, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași;
Prof. Felicia MAN - Ministerul Educației; prof.univ.dr. Radu CONSTANTINESCU - Facultatea de Științe, Universitatea din Craiova; Lect.univ.dr. Mihai VASILESCU - Facultatea de Fizică, Universitatea „Babeș-Bolyai” din Cluj-Napoca;
Conf.univ.dr. Tiberius CHECHE - Facultatea de Fizică, Universitatea din București; Prof. Ovidiu Florin TRIPȘA –ISJ Brașov; Conf.univ.dr. Adrian NECULAE - Facultatea de Fizică, Universitatea de Vest din Timișoara; Prof. Corina DOBRESCU - Colegiul Național „Tudor Vianu”; Prof. Cristian MIU - ISJ OLT; Prof. Csilla DEME-SZABO - Colegiul Economic „Partenie Cosma” Oradea; Prof. Dumitru ANTONIE- Colegiul Tehnic Nr. 2, Târgu Jiu; prof. Emil NECUȚĂ - Colegiul Național „I.C. Bratianu” Pitești; prof. Ervin FALUVEGI - ISJ Sălaj; prof. Florin BUTUȘINĂ - Colegiul Național „S.Bărnăuțiu”, Șimleu Silvaniei; prof. Florin MĂCEȘANU- Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare” Alexandria; prof. Florina BĂRBULESCU- CNPEE; prof. Gabriela ALEXANDRU-Colegiul Național "Grigore Moisil"; prof. Ion BĂRARU- Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”; prof. Jean ROTARU- Colegiul Național Iași ; prof. Liviu BLANARIU – CNPEE; prof. Marian Viorel ANGHEL- Liceul Teoretic „Petre Pandrea”, Balș; prof. Petrică PLITAN- Colegiul Național „Gh. Șincai” Baia Mare; prof. Victor STOICA - I.S.M.B.; prof. Viorel SOLSCHI - Colegiul Național „M. Eminescu”; prof. Vitalie LUNGU- Școala Profesională, Gropnița; prof.dr. Cezarina MOROȘANU - ISJ Neamț; prof.dr. Daniel LAZĂR- ISJ Hunedoara; prof.dr. Delia DAVIDESCU – ICHB; prof.dr. Luciu ALEXANDRESCU - Colegiul Național „Ioan Meșotă”; prof.dr. Mihail SANDU- Liceul Tehnologic de Turism Călimănești; Prof. Carmen MACOVEI - Colegiul Național Economic „Andrei Bârseanu” Brașov; Prof. Vasile MACOVEI - Colegiul N Colegiul Național de Informatică ”Gr. Moisil” Brașov; Prof. Steluța GALL- Școala Gimnazială nr.5 Brașov; Prof. Elena Simona SPÎNU- Colegiul de Științe „Grigore Antipa” Brașov; Prof. Dan Ionuț PRUTEANU- Colegiul de Științe ale Naturii „Emil Racoviță” Brașov; Prof. Maria FRANGU - Colegiul de Științe ale Naturii „Emil Racoviță” Brașov; Prof. Elena NENIU- Colegiul „Nicolae Titulescu” Brașov; Prof. Gabriel ENACHE - Școala Gimnazială Nr. 12 Brașov; Prof. Mirela SABĂU - Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă” Brașov; Prof. Mircea Noru PARPALEA - Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov, Prof. Carmen Felicia TĂNĂSESCU-Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov; Prof. Mircea Paul TĂNĂSESCU - Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov; Prof.dr. Costin DOBROȚĂ- Colegiul Național „Dimitrie Cantemir”, Onești; Prof. Florin MORARU - Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” Brăila; Prof. Sorin TROCARU- Liceul Teoretic „Aurel Vlaicu” Breaza; Prof. Constantin GAVRILĂ- Colegiul Național „Sf. Sava” București; Prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU- Liceul Teoretic „Mihail Kogălniceanu” Vaslui; Prof. Rodica Maria NEGREA- ISJ Gorj; Prof. Cristina PAVĂL - Colegiul Național „Sf. Sava”; Prof. Cătălin ANGHELUȚĂ- CN „Gh. Roșca Codreanu”, Bârlad; Prof. Ecaterina ANGHELUȚĂ- CN „Gh. Roșca Codreanu”, Bârlad; Prof. Anca- Gabriela BĂRBULESCU- ISJ Dolj; prof. Gabriela DINU - ISJ Dâmbovița; Prof. Adriana RADU- ISJ Prahova; Prof. Aura VĂȘÎI- Colegiul Național Militar „Dimitrie Cantemir” Breaza; Prof. Carmen ANTONESCU - LA „Balașa Doamna” Târgoviște; Prof. Cezar GHERGU- Colegiul Național „Neagoe Basarab”, Oltenița; Prof. Cornelia BĂDILĂ- Colegiul Național Militar „Dimitrie Cantemir”, Breaza; Prof.dr. Corina MARIN- Ministerul Educației; Prof. Cristina ANGHEL- Liceul Teoretic Ovidius Constanța; Prof. Dana BUZULESCU- ISJ Brașov; Prof. Daniela BLANARIU- Scoala Gimnazială nr. 156; Prof. Liviu ROTARU- Colegiul Național „M. Eminescu”; Prof. Lucia Maria CURTA- Prof. Lucia Maria CURTA; Prof.dr. Irina DUMITRAȘCU - CCD Vaslui; Prof. Liliana JUMĂREA - CN „Nicolae Iorga” Vălenii de Munte; Prof. Irida MĂRGINEAN - Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca; Prof. Luminița Mirela OLTEANU;- Ministerul Educației; Prof. Mariana BALABAN - Colegiul Național „Andrei Șaguna”; Brașov; Prof. Mioara ALDESCU- Ministerul Educației; Prof. Mihaela MINCĂ –Școala Gimnazială Vlaicu Vodă, Slatina; Prof. Virginia TĂNĂSESCU - Colegiul Național „B. P. Hașdeu” ”; Prof. Tudor PĂTRAȘCU -Colegiul Național „I. L. Caragiale” Ploiești; Prof. Dorin BUNĂU - Colegiul Național „Gh. Lazăr” Sibiu, prof. Victor PĂUNESCU, Liceul Economic nr. 1, București, Prof. Ana IRIMIA- Colegiul Național „Spiru Haret” București; Prof. Ion STĂNICĂ - Grup Școlar Energetic Râmnicu Vâlcea

COMITET REDACȚIONAL

Coordonatori număr: prof. Felicia Man, prof. Ovidiu Tripșa, prof. Dana Buzulescu

Culegere date și organizare material: prof. Monica Cotfas, prof. Evelina Cîrciu, prof. Daniel Cotfas

Copertă: Cezar Vieru - Potecu

Cuprins

Cuvânt înainte.....	4
CAPITOLUL I.....	5
Subiecte Teorie.....	5
Clasa a VI-a Subiect	6
Clasa a VI-a - Barem de evaluare și notare	11
Clasa a VII-a Subiect	15
Clasa a VII-a - Barem de evaluare și notare	18
Clasa a VIII-a Subiect	22
Clasa a VIII-a - Barem de evaluare și notare	25
Clasa a IX-a Subiect	30
Clasa a IX-a - Barem de evaluare și notare.....	32
Clasa a X-a Subiect	39
Clasa a X-a - Barem de evaluare și notare.....	46
Clasa a XI-a Subiect	58
Clasa a XI-a - Barem de evaluare și notare.....	62
Clasa a XII-a Subiect	70
Clasa a XII-a - Barem de evaluare și notare.....	73
CAPITOLUL II.....	90
Subiecte Laborator	90
Clasa a VI-a- Proba practică	91
Clasa a VI-a - Barem de evaluare și notare	95
Clasa a VII-a Proba practică.....	99
Clasa a VII-a - Barem de evaluare și notare	103
Clasa a VIII-a Proba practică.....	109
Clasa a VIII-a - Barem de evaluare și notare	112
Clasa a IX-a Proba practică.....	116
Clasa a IX-a - Barem de evaluare și notare.....	119
Clasa a X-a Proba practică.....	124
Clasa a X-a - Barem de evaluare și notare.....	133
Clasa a XI-a Proba practică.....	137
Clasa a XI-a - Barem de evaluare și notare.....	139
Clasa a XII-a Proba practică.....	142
Clasa a XII-a - Barem de evaluare și notare.....	146

Cuvânt înainte...

Mișcarea olimpică a tinerilor fizicieni, în buna și viguroasa tradiție a celor șase decenii, adună an de an tot ce înseamnă pasiune pentru cunoaștere, dragoste de adevăr și respect pentru știință.

O veritabilă sărbătoare a tuturor fizicienilor implicați, elevi și profesori, deopotrivă, Olimpiada Națională de Fizică este prilejul fericit de întâlnire a celor care au în comun pasiunea pentru știință, bucuria noilor provocări și satisfacția de a împărtăși cu ceilalți cele mai noi experiențe de învățare autentică.

Ediția Brașov-2024 a olimpiadei a făcut din nou posibil contactul cu acești elevi remarcabili ce ne permit tuturor să ne ajustăm aspirațiile, ajutându-ne să ne reglăm busola în direcția corectă și oferindu-ne încredere în meritocrație, acea plămadă prețioasă din care crește un viitor mai bun și mai frumos pentru toți.

În plus, Brașovul a venit cu o atmosferă plină de farmec ce a amprentat puternic inimile participanților, permițându-le să se scuture de emoții, să se învioreze și să se înprospăteze.

Am trăit toți în cadența probelor, în ritmul provocărilor organizatorice specifice unui concurs de anvergură, am așteptat cu sufletul la gură rezultatele, i-am aplaudat pe cei mai buni, dar, în primul rând, am construit o comunitate de oameni cu aceleași afinități și pasiuni. Membrii Comisiei Centrale au proiectat subiecte, care au stârnit creativitatea olimpicilor, devenind sursă de inspirație pentru generațiile următoare de elevi. De asemenea, aceste subiecte se constituie în Resurse Educaționale Deschise ce vor putea fi consultate online în vederea pregătirii pentru competiții, dar și pentru un antrenament continuu și eficient al celor interesați de domeniul științelor exacte.

De aceea, publicarea acestei reviste și a subiectelor olimpiadei nu este altceva decât o frumoasă recapitulare, un moment de bilanț, iar arhiva întâmplărilor, a premiilor, a activităților se transformă treptat într-o arhivă a gândurilor luminoase și a emoțiilor de neuitat.

*Conf. Univ. Dr. Sebastian Popescu, președinte al Comisiei Centrale – Olimpiada Națională de Fizică
Felicia Man, președinte executiv al Comisiei Centrale – Olimpiada Națională de Fizică*

CAPITOLUL I
Subiecte Teorie

Clasa a VI-a Subiect

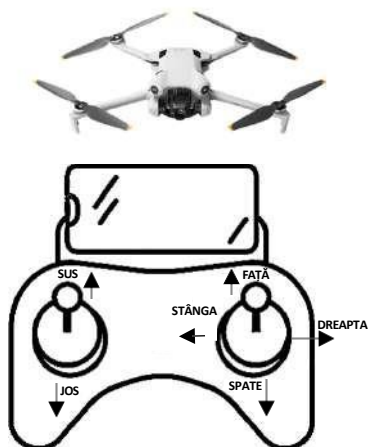
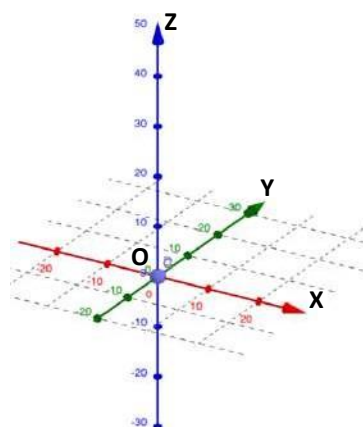
Un grup de elevi de clasa a șasea și profesorii lor au plecat într-o expediție cu caracter științific, pe o mică insulă dunăreană (un ostrov), determinați să realizeze experimente prin care să aprofundeze cunoștințele de fizică. După instalarea taberei de corturi, pentru o primă evaluare a terenului, elevii de la cercul de robotică au lansat o dronă. Au observat pe nisipul plajei un cufăr, pe jumătate îngropat în nisip. După deschiderea cufărului la sediul taberei, au descoperit multe obiecte interesante, care păreau a fi fost folosite de către oameni ocupați, în vremuri apuse, cu navigația.

Subiectul I – Drona

(10,0 puncte)

În timpul acționării manetelor de pe controlerul dronei într-o anumită direcție, acesta face ca, la fiecare $\Delta t = 0,1s$, atâta timp cât maneta este acționată, controlerul transmite un semnal dronei. Fiecare semnal înseamnă, pentru dronă, o deplasare cu $\Delta l = 1cm$ pe fiecare axă pentru care primește semnal. Maneta din partea stânga acționată SUS/JOS face ca drona să se miște pe direcție verticală în sus, respectiv în

jos pe axa OZ (sus – sensul pozitiv al axei). Maneta din partea dreaptă face ca la mișcare STÂNGA/DREAPTA să execute mișcări stânga/dreapta pe direcția OX, (dreapta – sensul pozitiv al axei) iar la mișcarea manetei FAȚĂ/SPATE drona execută mișcări față/spate pe direcția OY (față – sensul pozitiv al axei). Maneta din dreapta poate fi acționată și oblic transmițând semnale simultan pentru două axe, determinând astfel mișcarea dronei pe bisectoarea axelor. În tabelul de date sunt marcate, cu negru, intervalele de timp în care au fost acționate manetele dronei, pe intervale de câte o secundă, drona plecând la momentul $t = 0s$, din originea sistemului de axe.



Maneta	Axele de mișcare	Mișcare sens manetă	0s-1s	1s-2s	2s-3s	3s-4s	4s-5s	5s-6s	6s-7s	7s-8s	8s-9s	9s-10s
Maneta dreaptă	Axa OX	STÂNGA										
		DREAPTA										
	Axa OY	FAȚĂ										
		SPATE										
Maneta stângă	Axa OZ	SUS										
		JOS										

- (4,0 p) Calculați distanța parcursă de dronă în primele 6s.
- (3,5 p) Realizați un desen pe fișa „Drona” care să reprezinte traiectoria mișcării pentru cele 10 secunde și calculați la ce distanță față de punctul de plecare se află drona după 10 s.
- (2,5 p) Realizați graficul vitezei dronei în funcție de timp și calculați viteza medie a acesteia pe perioada celor 10 s.

Indicație: Pentru un triunghi dreptunghic suma pătratelor catetelor este egală cu pătratul ipotenuzei.
Pentru calcule poți folosi tabelul următor:

a^2	400	500	600	700	800	900
a	20	22,36	24,49	26,45	28,28	30

Subiectul II – Diferite instrumente

(10,0 puncte)

a) (4,0 p) Pendulul zidarului

Un obiect interesant descoperit în cușă, pendulul zidarului, a fost folosit de meșterii constructori din cele mai vechi timpuri, pentru stabilirea orizontalității sau a unghiului de înclinare a unor elemente de construcție (Fig. 1).

Când un astfel de instrument se așază pe un plan înclinat ca în Fig. 2, se constată că unghiurile umplute cu aceeași textură au aceeași măsură, **raportul K dintre catetele triunghiurilor** care au un același unghi α are aceeași valoare.

Având în vedere aceste considerații, elevii au încercat să determine înălțimea unui turn – foisor aflat pe ostrov de care erau despărțiți printr-un canal cu apă având dimensiuni necunoscute. Au vizat cu instrumentul unghiul sub care se vede vârful foisorului (la 30°) și au obținut valoarea $K_1 \cong 0,58$ (Fig. 3). Apoi s-au apropiat de turn, parcurgând distanța $a = 16,5$ m până când vârful foisorului a fost vizat sub un unghi (de 45°), la care $K_2 = 1$. Realizați un desen explicativ și calculați înălțimea turnului.

b) (3,0 p) Astroscopul

Reconstituit, dispozitivul este practic o pâlnie din carton rezistent, de forma unui con drept. Observatorul privește spre cer prin con. În special marinarii îl foloseau pentru a estima numărul de stele de pe cer. Acesta oferea informații despre starea vremii încă din noapte. Dacă rezultatul era un număr 5000 de stele se anticipa o vreme bună pentru navigație. În fișa **Astroscopul** sunt prezentate trei imagini ale cerului înstelat, așa cum se vede acesta prin baza conului, un cerc cu raza $r = 3$ cm. Ele au fost obținute din același punct, ca și cum vârful conului ar fi situat în centrul unei sfere cu raza $R = 27$ cm și s-ar sprijini pe sferă. Imaginile sunt prelucrate cu soft specializat astfel încât să fie mai bine reperate stelele care au o strălucire care le face vizibile pentru un ochi normal. Utilizează fișa Astroscopul și estimează numărul de stele pe care un ochi normal le-ar observa pe sfera cerească.

Consideră că Aria sferei are expresia $S = 4\pi R^2$, iar aria cercului $s = \pi r^2$.

c) (3,0 p) Un mecanism ciudat.

Între altele, în cușă se afla un dispozitiv puternic oxidat. După curățarea lui prin diverse metode, au observat că obiectul este format din trei roți dințate cuplate, despre care au emis ipoteza că ar fi fost un instrument folosit pe vasele dunărene de către marinari pentru treburile zilnice. Alăturat este o fotografie a ciudatului dispozitiv, așa cum a fost reconstituit. Privește cu atenție imaginea și află de câte ori roțile mai mici se învârt în jurul propriului ax când centrul fiecăreia realizează o rotație completă în jurul roții celei mari. Justifică răspunsul și reține că pentru orice cerc, raportul dintre lungimea lui și diametru este un număr special, cu valoarea aproximativă $\pi = 3,14 \dots$

Fig. 1

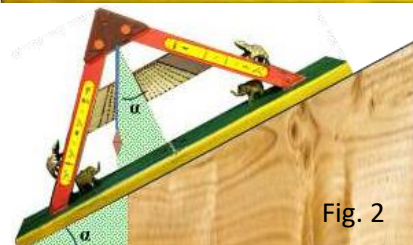


Fig. 2

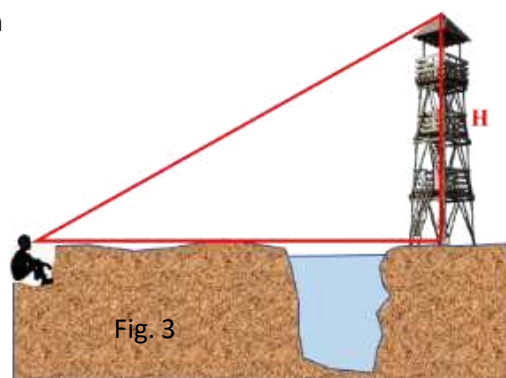
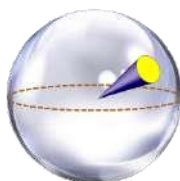
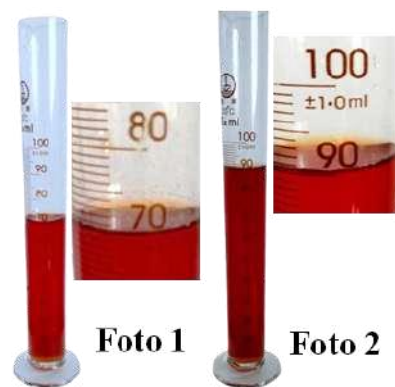


Fig. 3



Subiectul III - Experimente cu... densități și resorturi (10,0 puncte)

a) (3,0 p) Investigând densitatea unui lichid necunoscut, găsit în cufărul de pe insulă, Ava a făcut o serie de măsurători. A pus un cilindru gradat pe platanul unei balanțe cu brațele egale, iar pe celălalt platan mase etalon și a făcut o fotografie a cilindriului, apoi a adăugat puțin lichid și a făcut o a 2-a fotografie (vezi imaginea alăturată). Câteva zile mai târziu și-a dat seama că citirile pentru masă de 187,1 g și respectiv 212,5 g. au fost mai mari cu exact 10%. Determinați densitatea lichidului necunoscut și masa cilindriului gol.



b) (2,5 p) Dora găsește în cufărul cu mistere câteva "noduri" (vezi imaginea alăturată). Ea caută informații pe internet și găsește că sunt cunoscute în

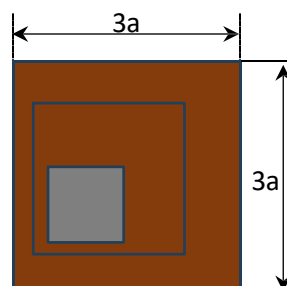


marinărie sub denumirea de "pumnul maimuței" sau "nodul maimuței" și hotărăște să facă investigații. Cumpără de la magazin o bilă de volum $V = 700\text{cm}^3$, și o sfoară de cânepă pentru care citește pe etichetă următoarele: diametrul $d = 8\text{mm}$, densitatea $\rho_c = 1,1\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$. Dora taie o porțiune din sfoară de lungime $\ell = 3,5\text{m}$ și o înfășoară pe bila cumpărată de la magazin, realizând nodul.

Introduce „nodul maimuței” într-un vas gradat și obține volumul $V^{nod} = 798\text{cm}^3$.

Determinați masa sforii folosite. Calculați masa sforii din datele oferite, comparați masele și explicați eventuala diferență. *Relația pentru calculul volumului unui cilindru este: $V = (\pi d^2 h) / 4$, unde d este diametrul, iar h este înălțimea cilindriului.*

c) (2,5 p) Ava acoperă un cub omogen cu latura a și densitatea 4ρ , cu lut de densitate 2ρ , pe care-l modelează sub forma unui cub cu latura $2a$. Apoi Dora îl acoperă cu plastilină de densitate ρ , astfel că obține un cub cu latura $3a$ (figura alăturată).

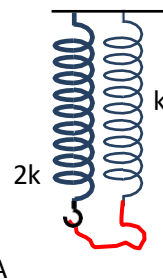


Determinați densitatea medie a cubului obținut.

d) (2,0 p) În fiecare etapă de realizare a cubului mare (de la punctul c), Dani îl suspendă prin intermediul unor resorturi elastice cu aceeași lungime inițială. Capetele

resorturilor sunt legate cu un fir inextensibil cu masa neglijabilă de lungime $\ell = \frac{2\rho a^3 g}{k}$.

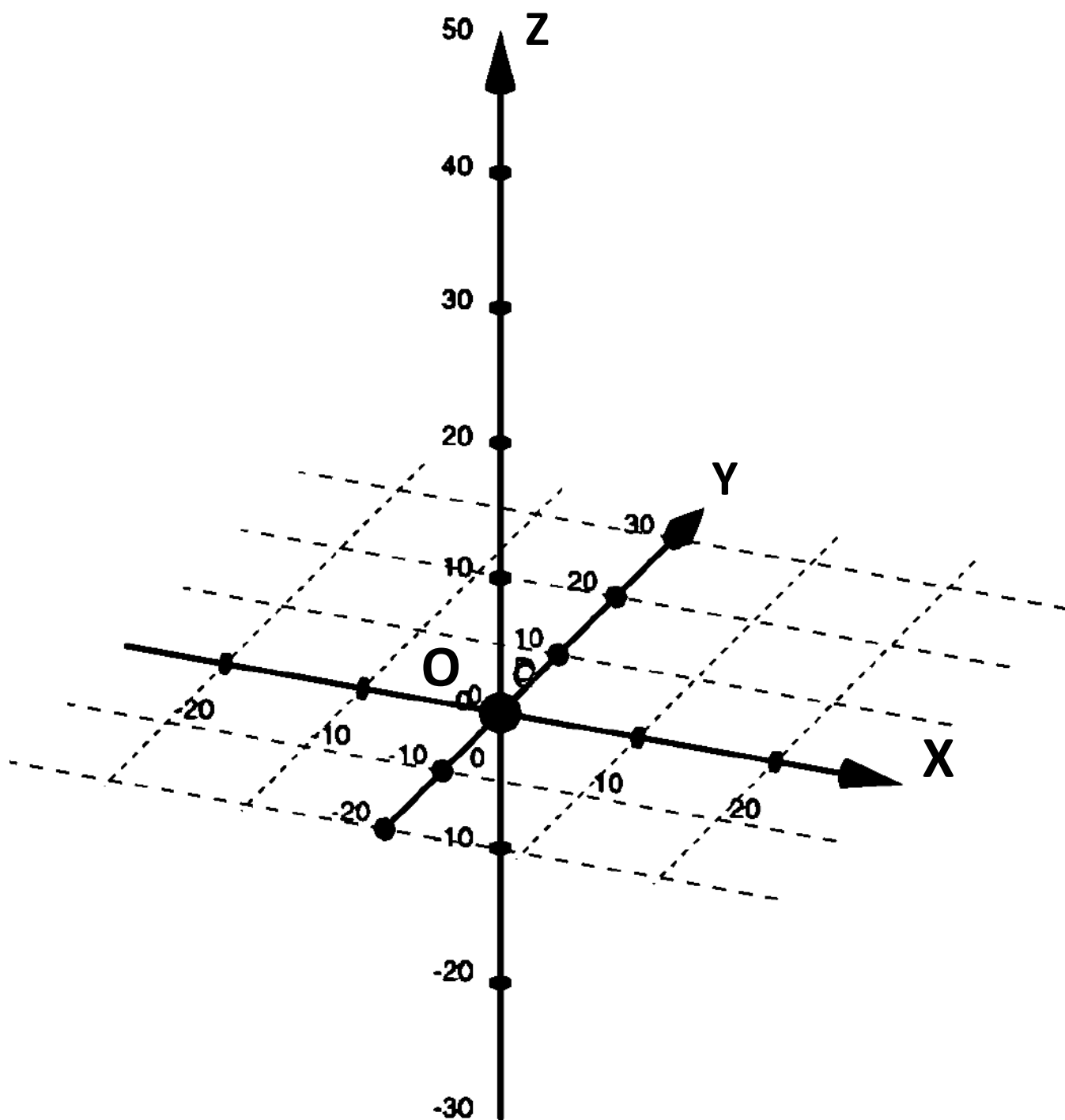
Constantele de elasticitate ale celor două resorturi sunt $2k$ și respectiv k , iar cubul este agățat în punctul A (la capătul resortului de constantă $2k$, vezi figura alăturată). Determinați deformarea resorturilor când Dani suspendă cubul mic de latură a și apoi cubul mare de latură $3a$.



Subiecte propuse de: prof. **Victor STOICA**, Inspectoratul Școlar al Municipiului București prof. **Marian Viorel ANGHEL**, Liceul Teoretic „Petre Pandrea” Balș prof. **Ion BĂRARU**, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân” Constanța, prof. **Florin MĂCEȘANU**, Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare” Alexandria

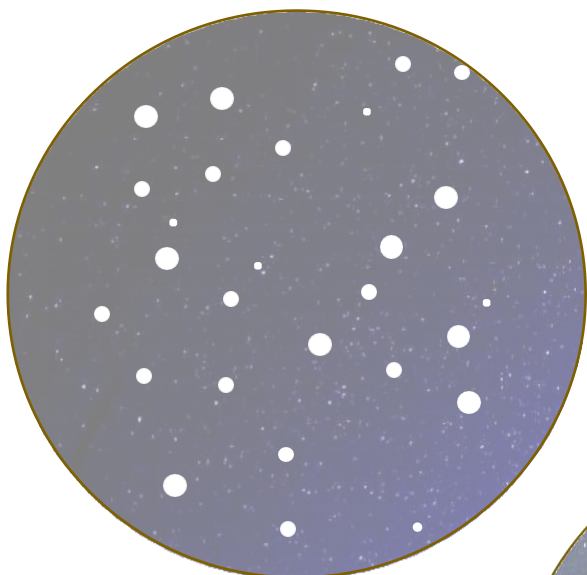
Fișa Dronă

ACEASTĂ FIȘĂ FACE PARTE DIN SOLUȚIE ȘI SE RETURNEAZĂ FĂRĂ DATE DE IDENTIFICARE, ATAȘATĂ SUBIECTULUI I

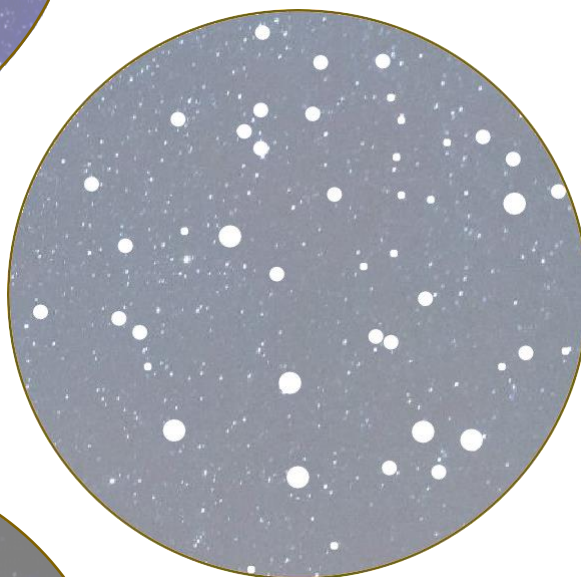


Fișa ASTROSCOPUL

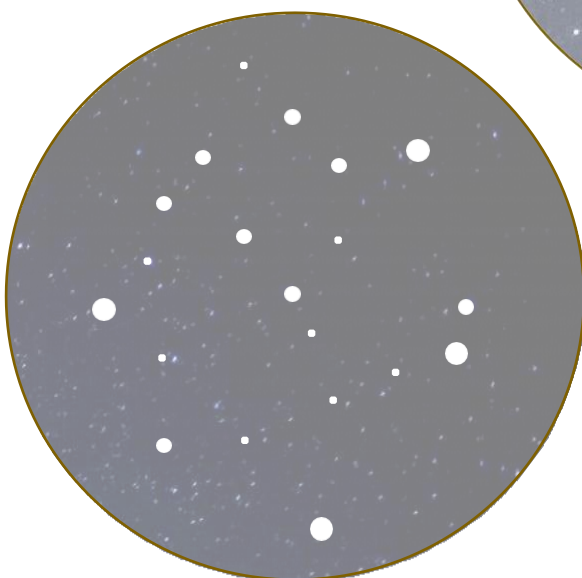
ACEASTĂ FIȘĂ FACE PARTE DIN SOLUȚIE ȘI SE RETURNEAZĂ FĂRĂ DATE DE IDENTIFICARE, ATAȘATĂ SUBIECTULUI II



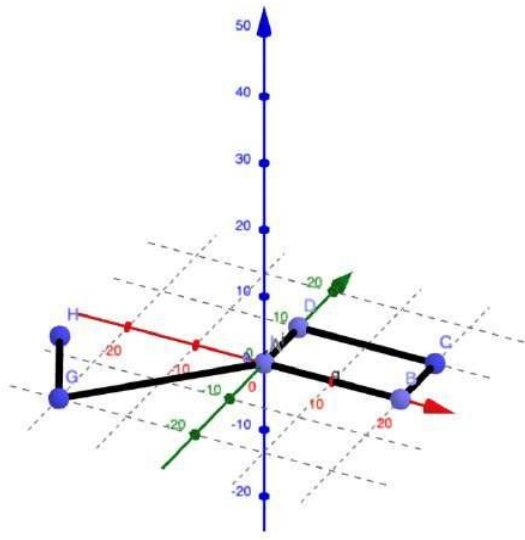
$N_1 =$



$N_2 =$



$N_3 =$

Clasa a VI-a - Barem de evaluare și notare		Parțial	Punctaj
Barem subiectul I			10
a	Se calculează numărul de impulsuri pentru fiecare distanță după formula $N = \frac{t}{\Delta t}$	1	4
	$D = N * \Delta l$	1	
	$D_{0-2} = 20 \text{ cm}, D_{2-3} = 10 \text{ cm}, D_{3-5} = 20 \text{ cm}, D_{5-6} = 10 \text{ cm}, D_{\text{total}} = D_{0-2} + D_{2-3} + D_{3-5} + D_{5-6} = 60 \text{ cm}$	5*0,4= 2	
b		6*0,25=1,5	3,5
	$OG = 28,28 \text{ cm}, GH = 10 \text{ cm}$	2*0,5=1	
	$OH = 30 \text{ cm}$	1	

c	<p>Graficul vitezei în funcție de timp (cm/s)</p>	2	2,5
	$v = \frac{D}{t} = 9,82 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$	0,5	

		Parțial	Punctaj
Barem subiectul II- Diferite instrumente			10
a.	Desen		1
	$K_1 = \frac{H}{a+x}$	1	4
	$K_2 = \frac{H}{x}$	1	
	$H = \frac{aK_1K_2}{K_2 - K_1} = 22,78\text{m}$	1	
b.	Se numără punctele semnificative din fiecare imagine, se obține: $N_1 = 27, N_2 = 45, N_3 = 20$	1	3
	$\bar{N} = \frac{N_1 + N_2 + N_3}{3} = 31$	0,5	
	Raportul dintre aria sferei și cea a bazei conului este: $K = \frac{S}{s} = \frac{4\pi R^2}{\pi r^2}$	0,75	
	Considerând că stelele sunt aproximativ uniform distribuite pe cer, numărul total de stele va fi, în acea seară: $N_{total} = K\bar{N} = 10044\text{stele}$	0,75	
c.	Dinții roților "se potrivesc", adică distanța care cuprinde baza unui dinte și intervalul dintre doi dinți este aceeași pentru toate cele trei roți. Numărul de dinți ai fiecărei roți este proporțional cu lungimea cercului	0,5	3
	O roată mică având raza r , în timpul T al unei rotații complete în jurul roții mari, care are raza R , se deplasează cu viteza $v = \frac{2\pi(R+r)}{T}$, pe un cerc de rază $R+r$.	0,5	
	În raport cu un observator fixat pe axul roții mici, viteza dinților acestei roți este aceeași, și este orientată în sens opus.	0,5	
	Numărul n de rotații ale roții mici satisface relația: $k2\pi r = vT = 2\pi(R+r)n$	0,5	
	Rezultă $N = \frac{R}{r} + 1 = \frac{2\pi R}{2\pi r} + 1 = \frac{N}{n} + 1$, unde $N = 40$ este numărul de dinți al roții mari, iar $n = 10$ este numărul de dinți al roții mici iar $n_1 = 20$ este numărul de dinți al roții mijlocii	0,5	
	Rezultă că roata mijlocie efectuează $k = \frac{40}{20} + 1 = 3$ rotații complete, iar roata cea mai mică efectuează $k = \frac{40}{10} + 1 = 5$ rotații complete	0,5	

		Parțial	Punctaj
Barem subiectul III....			10
a.	Notății: $m_1 = 187,1\text{g}$, $m_2 = 212,5\text{g}$, $V_1 = 70\text{mL} = 70\text{cm}^3$, $V_2 = 90\text{mL} = 90\text{cm}^3$ $\frac{m_1}{1,1} = m_0 + \rho V_1$, $\frac{m_2}{1,1} = m_0 + \rho V_2$	1	3
	Din cele 2 relații obținem $\rho = \frac{m_2 - m_1}{1,1(V_2 - V_1)}$	0,5	
	$\rho = 1,15 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1150 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	0,5	
	$m_0 = \frac{m_1 V_2 - m_2 V_1}{1,1(V_2 - V_1)}$	0,75	
	$m_0 = 89,3\text{g}$	0,25	
b.	$V_{sf} = V_{nod} - V = 98 \text{ cm}^3$	0,5	2,5
	$m_{sf} = \rho_c V_{sf} = 107,8\text{g}$	0,5	
	$m_{sf-calc} = \rho_c \frac{\pi d^2 \ell}{4} = 193,5\text{g}$	0,75	
	Între firele ce formează sfoara este aer	0,75	
c.	$\rho_{cub} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{27a^3}$	0,5	2,5
	$m_1 = 4\rho a^3$	0,25	
	$m_2 = 2\rho(8a^3 - a^3) = 14\rho a^3$	0,5	
	$m = \rho(27a^3 - 8a^3) = 19\rho a^3$	0,5	
	$\rho_{cub} = \frac{(4+14+19)\rho a^3}{27a^3}$	0,5	
	$\rho_{cub} = \frac{37\rho}{27} = 1,37\rho$	0,25	
d.	$\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{2k}$, $\Delta l_1 = \frac{2\rho a^3 g}{k}$, Resortul de constantă k nu se alungește	0,5	2
	$37\rho a^3 g = 2k\Delta l_{13} + k\Delta l_{23}$	0,5	
	$37\rho a^3 g = 2k(\ell + \Delta l_{23}) + k\Delta l_{23}$	0,5	
	$\Delta l_{23} = \frac{11\rho a^3 g}{k}$	0,25	
	$\Delta l_{13} = \ell + \Delta l_{23} = \frac{13\rho a^3 g}{k}$	0,25	

Bareme propuse de: prof. **Victor STOICA**, Inspectoratul Școlar al Municipiului București prof. **Marian Viorel ANGHEL**, Liceul Teoretic „Petre Pandrea” Balș prof. **Ion BĂRARU**, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân” Constanța, prof. **Florin MĂCEȘANU**, Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare” Alexandria

Clasa a VII-a Subiect

Subiectul I. Sisteme mecanice diverse

(10 puncte)

Un grup de elevi pasionați de experimente au construit câteva sisteme mecanice și au analizat funcționarea acestora.

A) (2,0 p) Primul sistem mecanic este o trambulină de-a lungul căreia se poate deplasa un corp de mici dimensiuni cu masa $m = 400$ g. Sistemul are forma unui plan înclinat care se continuă cu o buclă circulară de rază $R = 0,5$ m (figura 1). Corpul este lăsat liber de la înălțimea $h = 2$ m și se oprește în punctul B. Modulul lucrului mecanic al forței de frecare dintre corp și trambulină, în decursul deplasării de la A la B, reprezintă o fracțiune $f = \frac{7}{8}$ din energia mecanică a corpului aflat în starea inițială. Calculează unghiul θ dintre orizontală și raza buclei în punctul B. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10$ m/s².

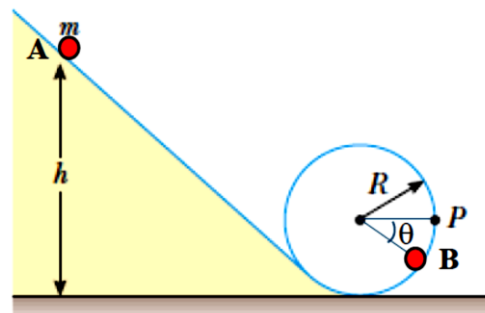
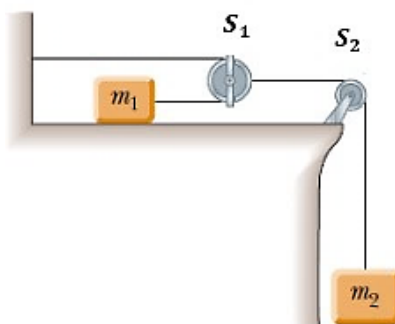


Figura 1

B) (4,2 p) Al doilea sistem mecanic este format dintr-un scripete mobil și un scripete fixat la marginea unei mese (figura 2). Peste scripetii, considerați ideali, sunt trecute două fire ideale care au fixate la capete două corpuri de mase $m_1 = 20$ dag și $m_2 = 80$ dag. Sistemul este menținut inițial în repaus, iar la un anumit moment este lăsat liber. Frecările sunt neglijabile atât pentru corpuri, cât și pentru scripeti. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10$ m/s².



- a) Calculează viteza fiecăruia dintre cele două corpuri v_1 respectiv v_2 , la momentul în care corpul 1 se află la distanța $d_1 = 1$ cm față de poziția inițială.
- b) Figurează vectorul viteză relativă a corpului 2 față de corpul 1 în condițiile punctului a) și calculează modulul acesteia.

Figura 2

C) (3,8 p) Al treilea sistem este format dintr-un plan înclinat de înălțime $h = 0,5$ m, lungime $AB = \ell$ și unghi $\theta = 30^\circ$. Planul este plasat pe o masă de înălțime $H = 1$ m față de sol (figura 3). Un corp cu masa $m = 200$ g, lăsat liber pe planul înclinat, ajunge la baza planului înclinat (B), după care își continuă mișcarea prin aer și ajunge la nivelul solului. Viteza corpului în momentul imediat anterior impactului cu solul are valoarea $v = 5$ m/s. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat depinde de distanța parcursă de corp pe plan, conform graficului din figura 4. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10$ m/s², iar frecarea cu aerul este neglijabilă.

- a) Calculează lucrul mecanic al forței de frecare dintre corp și planul înclinat.
- b) Determină valoarea maximă (μ_{max}) a coeficientului de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat.

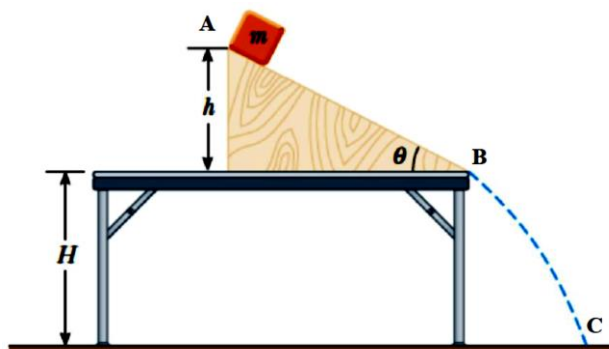


Figura 3

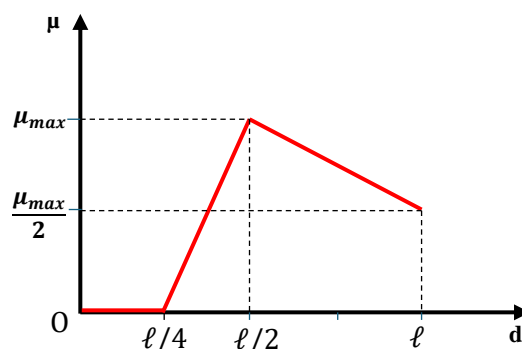


Figura 4

Subiectul II. Pârghii articulate

(10 puncte)

A) (3,0p) Un sportiv poate ține în mână o bilă cu masa $m = 5,0$ kg (figura 5). Pentru a explica mecanismul prin care mâna poate susține bila, un elev a realizat o schemă simplificată a mâinii în care sunt reprezentate două pârghii (braț, antebraț) legate printr-o articulație (O) și un mușchi (biceps). Se cunoaște atât lungimea antebrațului cu tot cu palmă $l = 35$ cm, cât și distanța dintre articulație și locul în care bicepsul acționează asupra antebrațului, $d = 3,0$ cm. Centrul de greutate al antebrațului cu palmă se află la distanța $a = 16$ cm față de articulație, iar masa este $M = 2,5$ kg. Desenează schema simplificată a antebrațului care ține bila și calculează atât forța ce acționează asupra antebrațului (\vec{F}) pentru a-l menține orizontal, cât și reacțiunea în articulație (\vec{F}_R). Se consideră accelerația gravitațională $g = 10$ m/s².

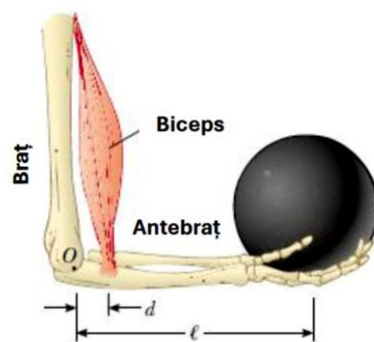


Figura 5

B) (7,0p) O bară neomogenă OB (figura 6) are masa $m = 120$ kg și lungimea $L = 4,0$ m. Bara, articulată în punctul O, este menținută în echilibru cu ajutorul unui sistem format din doi scripeți ideali, coaxiali și lipiți unul de celălalt, care au razele în relația: $R = \sqrt{3} \cdot r$. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10$ m/s².

- Se observă că bara este în echilibru atunci când face cu orizontala un unghi $\alpha = 30^\circ$, iar masa corpului suspendat este $M = 30$ kg. Frecările sunt considerate neglijabile. Să se determine distanța dintre centrul de greutate al barei și articulația O.
- După un timp, datorită poluării, în sistemul de scripeți frecările nu mai pot fi neglijate. Determinați valorile extreme ale masei corpului suspendat pentru care bara își păstrează poziția, știind că randamentul sistemului de scripeți este $\eta = 80\%$.

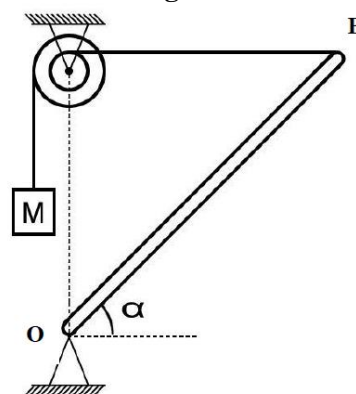


Figura 6

Subiectul III. Resorturi cu surprize.

(10 puncte)

A) (5,5 p) Un resort de lungime nedeformată $l_0 = 1,0$ m, constantă elastică $k = m$ și masă neglijabilă, are capătul inferior fixat de o suprafață orizontală. Resortul este de-a lungul axei Oy (figura 7). De la înălțimea H , măsurată față de suprafața orizontală, lăsat să cadă liber un corp de masă $m = 100$ g. Corpul se deplasează în lungul axei Oy pe resort. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10$ m/s², iar frecările cu aerul se neglijează.

- Se constată că lungimea minimă a resortului, în timpul procesului, are valoarea $l_{min} = 50$ cm. Calculează înălțimea H de la care corpul a fost lăsat liber.
- Stabilește orientarea forței rezultante ce acționează asupra corpului și calculează modulul acesteia în momentul în care lungimea resortului este $l_1 = 95$ cm, respectiv $l_2 = 80$ cm.
- Determină viteza maximă a corpului în procesul descris.

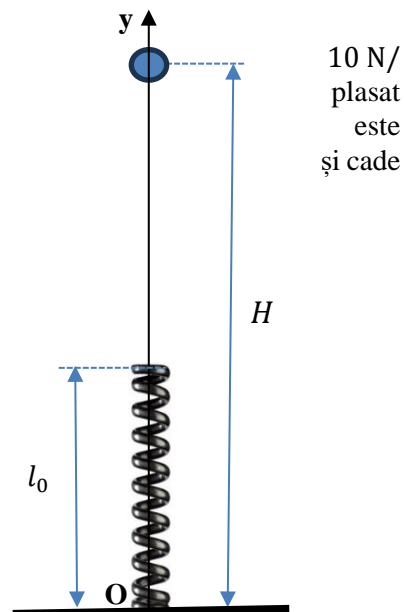


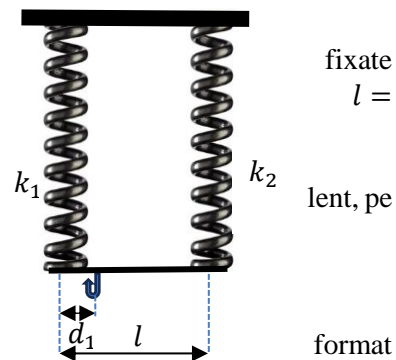
Figura 7

10 N/
plasat
este
și cade

B) (4,5 p) Două resorturi, având lungimile în stare nedeformată egale, au constantele elastice $k_1 = 60 \text{ N/m}$ respectiv $k_2 = 40 \text{ N/m}$. Capetele superioare ale resorturilor sunt de un suport fix și orizontal, iar capetele inferioare sunt prinse de o bară cu lungimea $20,0 \text{ cm}$ și masă neglijabilă (figura 8). La distanța $d_1 = 5,0 \text{ cm}$ de capătul inferior al resortului k_1 este prins un cârlig ușor, ca în figura alăturată.

- De cârlig se suspendă un corp cu masa $m = 160 \text{ g}$, iar resorturile se alungesc direcție verticală, până când sistemul ajunge într-o nouă stare de echilibru. Calculează alungirea fiecărui resort și distanța pe care coboară corpul până la atingerea poziției de echilibru.
- Calculează constanta elastică $k_{echivalent}$ a unui resort echivalent cu sistemul din cele două resorturi, bară și cârlig aflat la distanța d_1 .

Figura 8



Subiecte propuse de:
 prof. **Florina BĂRBULESCU**, *Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație, București*
 prof. **Corina DOBRESCU**, *Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”, București*
 prof. **Rodica-Maria NEGREA**, *Colegiul Național „Tudor Vladimirescu”, Târgu Jiu*
 prof. **Jean-Marius ROTARU**, *Colegiul Național, Iași*

- Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
- Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.

Clasa a VII-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul I: „Sisteme mecanice diverse”		Parțial	Punctaj
A.	$L_G + L_N + L_{F_f} = \Delta E_c = 0$	0,5p	2p
	$E_{mi} = mgh$	0,4p	
	$L_{F_f} = -\frac{7}{8} E_{mi}$	0,3p	
	$L_G = mg(h - R + R\sin\theta)$	0,5p	
	$\theta = 30^\circ$	0,3p	
B) a.	$\frac{m_1 v_1^2}{2} = T_1 d_1$	0,6p	2,5p
	$\frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 g d_2 - T_2 d_2$	1p	
	$T_2 = 2T_1$	0,3p	
	$d_1 = 2d_2; v_1 = 2v_2$	0,3p	
	$v_1 \cong 0,45 \text{ m/s} \left(= \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ m/s} \right); v_2 \cong 0,22 \text{ m/s} \left(= \frac{\sqrt{5}}{10} \text{ m/s} \right)$	0,3p	
B) b.	$v_{rel} = v_2 - v_1$	0,5p	1,7p
	reprezentare corectă	0,5p	
	$v_{rel} = \sqrt{v_2^2 + v_1^2}$	0,4p	
	$v_{rel} = 0,5 \text{ m/s}$	0,3p	
C) a.	$\frac{mv^2}{2} = mg(h + H) + L_{F_f}$	1p	1,3p
	$L_{F_f} = -0,5 \text{ J}$	0,3p	
C) b.	$F_f = \mu mg \cos\theta$	0,2p	2,5p
	$L_{F_f} = -mg \cos\theta \left(\frac{\mu_{max}}{2} \cdot \frac{\ell}{4} + \frac{3\mu_{max}}{4} \cdot \frac{\ell}{2} \right)$	2p	
	$\mu_{max} \cong 0,58 = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0,3p	
TOTAL			10p

Subiectul II: „Pârghii articulate”		Parțial	Punctaj
A.		1p	3p
	$M_{F(0)} = M_{G_1(0)} + M_{G_2(0)} \Rightarrow F \cdot d = Mg \cdot a + mg \cdot l$	1p	
	$F \cong 717 \text{ N} \cong 720 \text{ N}$	0,3p	
	$F_R = F - Mg - mg$	0,4p	
	$F_R \cong 642 \text{ N} \cong 640 \text{ N}$	0,3p	
B. a.		-	3p
	$M_{G_0(0)} = M_{T_1(0)} \Rightarrow mg \cdot \ell \cdot \cos \alpha = T_1 \cdot L \cdot \sin \alpha$	1p	
	$M_{T_1(S)} = M_{T_2(S)} \Rightarrow T_1 \cdot r = T_2 \cdot R$	1p	
	$Mg = T_2$	0,3p	
	$\ell = \frac{M}{m} \cdot \frac{R}{r} \cdot L \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1,0 \text{ m}$	0,7p	
B.b	$\eta = \frac{L_{T_1}}{L_{T_2\max}} = \frac{M_{T_1}}{M_{T_2\max}} = \frac{T_1 \cdot r}{T_2\max \cdot R}$	1p	4p

	$T_{2\max} = M_{\max}g$	0,3p	
	$M_{\max} = \frac{m \cdot \ell \cdot r \cdot \cos \alpha}{\eta \cdot L \cdot R \cdot \sin \alpha} = 37,5 \text{ kg} \square 38 \text{ kg}$	0,7p	
	$\eta = \frac{L_{T_{2\min}}}{L_{T_1}} = \frac{M_{T_{2\min}}}{M_{T_1}} = \frac{T_{2\min} \cdot R}{T_1 \cdot r}$	1p	
	$T_{2\min} = M_{\min}g$	0,3p	
	$M_{\min} = \eta \cdot \frac{m \cdot \ell \cdot r \cdot \cos \alpha}{L \cdot R \cdot \sin \alpha} = 24 \text{ kg}$	0,7p	
TOTAL			10p
Subiectul III: „Resorturi cu surprize”		Parțial	Punctaj
A.a	$L_G + L_{F_e} = \Delta E_c = 0$	0,5p	2p
	$L_G = mg(H - \ell_{\min})$	0,6p	
	$L_{F_e} = -\frac{k(\ell_0 - \ell_{\min})^2}{2}$	0,6p	
	$H = 1,75 \text{ m} \approx 1,8 \text{ m}$	0,3p	
A.b.	$\vec{R} = \vec{G} + \vec{F}_e$		1p
	$R_1 = mg - k(\ell_0 - \ell_1)$	0,25p	
	$R_1 = 0,5 \text{ N}$; orientată în jos	0,25p	
	$R_2 = k(\ell_0 - \ell_2) - mg$	0,25p	
	$R_2 = 1,0 \text{ N}$; orientată în sus	0,25p	
A.c	Viteza maximă se atinge în momentul în care corpul trece prin poziția de echilibru (rezultanta forțelor este nulă)		2,5p
	$mg = k(\ell_0 - \ell_e)$	0,6p	
	$\frac{mv_{\max}^2}{2} = L'_G + L'_{F_e}$	0,6p	
	$L'_G = mg(H - \ell_e)$	0,5p	
	$L'_{F_e} = -\frac{k(\ell_0 - \ell_e)^2}{2}$	0,5p	
	$v_{\max} = 4,0 \text{ m/s}$	0,3p	
B. a.	$F_{e1} + F_{e2} = mg$	0,5p	3p
	$M_{F_{e1}(C)} = M_{F_{e2}(C)} \Rightarrow F_{e1} \cdot d_1 = F_{e2}(\ell - d_1)$	1p	

	$\Delta l_1 = \frac{mg(\ell - d_1)}{k_1 \ell} = 2,0 \text{ cm}$	0,3p	
	$\Delta l_2 = \frac{mgd_1}{k_2 \ell} = 1,0 \text{ cm}$	0,3p	
	$h = \Delta l_2 + (\Delta l_1 - \Delta l_2) \cdot \frac{\ell - d_1}{\ell}$	0,6p	
	$h = 1,75 \text{ cm} \approx 1,8 \text{ cm}$	0,3p	
B.b	$\Delta l_{ech} = h$	0,6p	
	$k_{ech} \cdot \Delta l_{ech} = mg$	0,6p	1,5p
	$k_{ech} \cong 91,4 \text{ N/m} \approx 91 \text{ N/m}$	0,3p	
TOTAL			10p

Barem propuse de:
 prof. **Florina BĂRBULESCU**, *Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație, București* prof.
Corina DOBRESU, *Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu”, București*
 prof. **Rodica-Maria NEGREA**, *Colegiul Național „Tudor Vladimirescu”, Târgu Jiu*
 prof. **Jean-Marius ROTARU**, *Colegiul Național, Iași*

**Clasa a VIII-a Subiect
(10 puncte)**

Subiectul I: Măsurări electrice

a. (2,50 p) Elevii unei grupe de laborator au conectat succesiv mai mulți rezistori, cu rezistențe electrice diferite, la bornele unei surse cu tensiunea electromotoare E și rezistența interioară r . Cu ajutorul unor instrumente de măsură de precizie, care pot fi considerate ideale, au măsurat și au reprezentat grafic tensiunea electrică la bornele sursei în funcție de intensitatea curentului electric prin sursă, obținând graficul din **Figura 1**. Utilizând datele din reprezentarea grafică $U(I)$, determină puterea electrică maximă care poate fi furnizată de către generatorul electric unui circuit exterior convenabil ales.

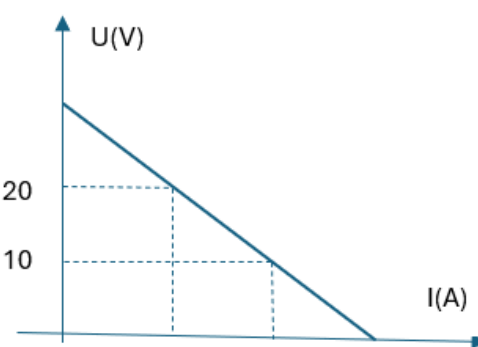


Figura 1

b. (2,50p) Aceeași sursă este utilizată pentru a determina rezistența electrică a unui bec, folosind două instrumente de măsură din laboratorul de fizică. Se conectează becul legat în serie cu ampermetrul la bornele sursei. Dacă voltmetrul se conectează la bornele becului, indicațiile celor două instrumente de măsură sunt $I_A = 2 \text{ A}$ și $U_V = 16 \text{ V}$. Dacă voltmetrul se conectează la bornele sursei, indicațiile celor două instrumente de măsură sunt $I'_A = 1,69 \text{ A}$ și $U'_V = 25,35 \text{ V}$. Determină rezistența electrică R_b a becului.

c. (2,50p) În condițiile în care se utilizează instrumente de măsură reale cu valori oarecare ale rezistențelor electrice R_A și R_V , precizează în care situație, din cele prezentate la punctul **b.**, intensitatea curentului electric prin sursă este mai mare. Argumentează răspunsul!

d. (2,50p) Se îndepărtează instrumentele de măsură și se conectează doar becul la bornele sursei. Becul este înlocuit ulterior cu un rezistor de rezistență electrică R , diferită de R_b . Calculează raportul randamentelor celor două circuite electrice (valoarea supraunitară), știind că puterea disipată de bec este egală cu puterea disipată de rezistorul de rezistență R .

Subiectul II: Pompa de căldură (10 puncte)

O pompă de căldură este un dispozitiv care extrage căldură din pământ, apă sau aer (în acest caz din aerul atmosferic) și transferă căldură în interiorul locuinței. În **Figura 2** este prezentată schema de principiu a unei pompe de căldură. Procesul principal care are loc în pompa de căldură constă în modificarea ciclică a stării de agregare (lichidă, respectiv gazoasă) a unei substanțe (agent frigorific) care circulă într-un circuit închis, proces însoțit de primire sau cedare de căldură. Agentul frigorific parcurge etapele: vaporizare (1), compresie (2), condensare(3) și expansiune (4).

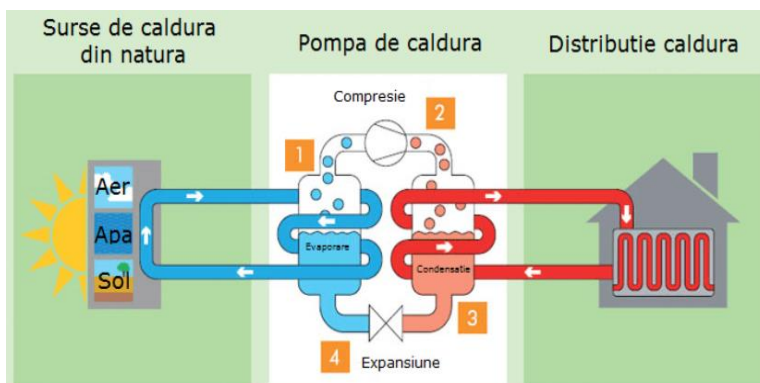


Figura 2

Compresia se realizează cu ajutorul lucrului mecanic produs de un motor care funcționează consumând energie electrică. Consideră că motorul transformă integral energia electrică consumată în lucru mecanic. Schema transferului energetic realizat de pompa de căldură este prezentată în **Figura 3**, căldura cedată în interiorul locuinței reprezentând suma dintre căldura primită din exterior și lucrul mecanic făcut de motor. Deoarece există pierderi permanente de căldură prin pereții locuinței spre exterior, pentru a menține în locuință temperatura constantă $t_0 = 20^\circ\text{C}$ este necesar ca pompa să furnizeze continuu căldură interiorului locuinței. Căldura cedată în unitatea de timp de locuință în exterior este direct proporțională cu diferența de temperatură dintre interiorul și exteriorul locuinței. Când temperatura exterioară este $t_1 = 0^\circ\text{C}$, căldura cedată în exterior prin pereții locuinței în unitatea de timp este $Q_1/\Delta t = 4 \text{ kJ/s}$. Valorile mărimilor energetice sunt considerate în

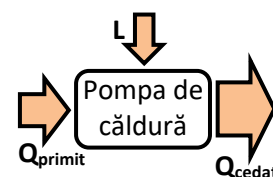


Figura 3

valoare absolută.

a. (2,50p) Câtă căldură trebuie să producă pompa în intervalul orar 11:00 – 19:00, dacă temperatura exterioară poate fi considerată constantă, $t_2 = 4^\circ\text{C}$?

b. (2,75p) O mărime ce caracterizează pompa de căldură este eficiența acesteia, reprezentând raportul dintre căldura cedată de pompă în interiorul locuinței și lucrul mecanic efectuat de motor (care implică plata energiei electrice consumate), $\varepsilon = Q_c/L$. Consideră că la temperatura exterioară $t_2 = 4^\circ\text{C}$ eficiența pompei este $\varepsilon_2 = 4$. Ce debit de aer (volumul de aer în unitatea de timp) este necesar să fie trecut prin schimbătorul de căldură montat în exteriorul locuinței, dacă aerul pătrunde în schimbător la temperatura t_2 și iese din acesta la $t'_2 = -1^\circ\text{C}$, toată căldura cedată de aer fiind preluată de agentul frigorific? Pentru aerul atmosferic se cunosc densitatea $\rho = 1,28 \text{ kg/m}^3$ și căldura specifică $c = 1 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

c. (1,50p) Studiul avansat al fenomenelor termice arată că eficiența teoretică maximă ce poate fi atinsă de o pompă de căldură corespunde unei transformări a agentului termic, numită ciclu Carnot inversat, pentru care se obține eficiența $\varepsilon_C = T_{int}/(T_{int} - T_{ext})$, unde T_{int} și T_{ext} sunt temperaturile absolute din locuință și din exterior, $T_{int} > T_{ext}$. Determină de câte ori este mai mare eficiența teoretică maximă a pompei față de cea reală, dacă temperaturile considerate sunt t_0 în interior și t_2 în exterior. Arată că, dacă temperatura din interiorul locuinței rămâne constantă, eficiența maximă a pompei teoretice scade atunci când temperatura din exterior scade.

d. (3,25p) Considerând că raportul dintre eficiența pompei teoretice și cea a pompei reale rămâne cel calculat la cerința **c.**, determină temperatura exterioară minimă (presupusă constantă) la care pompa funcționează rentabil, păstrând în locuință aceeași temperatură t_0 . Se consideră acceptabilă funcționarea pompei dacă prețul plătit zilnic pentru energia electrică consumată de motorul acesteia nu depășește valoarea de 86,4 lei. Prețul energiei electrice este de 1,2 lei/kWh.

Subiectul III: Dopul special

(10 puncte)

Corpul din **Figura 4** este alcătuit din două piramide patrulater regulate drepte care au baza comună și este confecționat dintr-un material cu densitatea ρ_0 . Latura bazei unei piramide este $L = 8 \text{ cm}$, iar înălțimea unei piramide este $L/2$.

Un vas larg are un orificiu de formă pătrată cu latura $L/2$, practicat în suprafața bazei, inițial orificiul fiind acoperit cu un capac de aceleași dimensiuni, ca în **Figura 5**. În vas se toarnă lichid cu densitatea ρ până când adâncimea lichidului din vas este a .

A. (2p) Determină expresia matematică a forței cu care lichidul apasă asupra capacului, în funcție de ρ , L , g și a .

B. (2p) Se înlocuiește capacul cu corpul așezat astfel încât să obtureze orificiul ca în **Figura 6**.

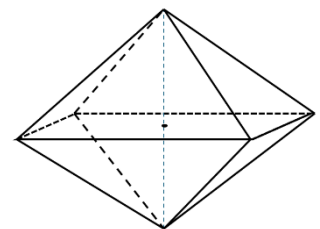


Figura 4

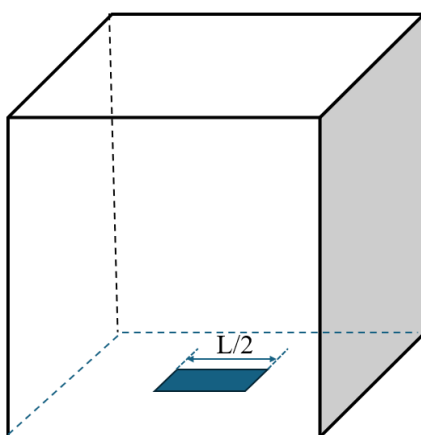


Figura 5

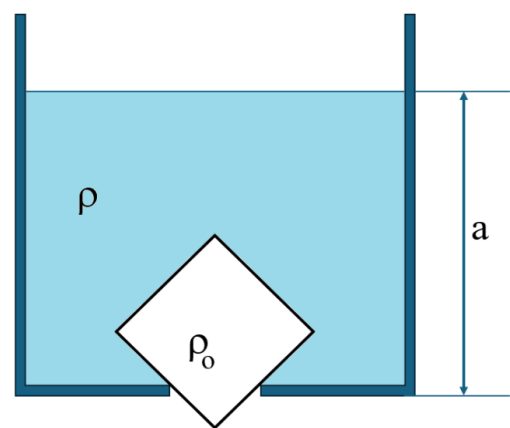


Figura 6

Se consideră situația în care $\rho = k \cdot \rho_0$ cu $k = 3$ iar inițial $a > L$. Se elimină lent lichid din vas și se constată că, pentru o valoare $a_0 > 3 \cdot L/4$

a adâncimii lichidului corpul începe să urce în vas. Neglijând frecarea dintre corp și vas, determină valoarea adâncimii a_0 .

C. Se consideră situația în care ρ_0 este suficient de mare încât corpul să nu urce în vas indiferent de valoarea lui a .

C₁. (3p) Determină expresia matematică a forței F_l cu care lichidul acționează asupra corpului în funcție de ρ, L, g și a .

C₂. (2p) Folosind **Foiaia de răspuns** (Pagina 4 din 4 din subiect), completează tabelul de variație cu valorile forței F_l pentru cazul în care $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$ și $g = 10 \text{ m/s}^2$ și realizează, pe această foaie, cu datele din tabel, un grafic în care să illustrezi variația forței F_l în funcție de adâncimea a (F_l se consideră pozitivă dacă este orientată în sus). Această pagină o vei preda împreună cu foaia de lucru și o vei numerota corespunzător. **Nu** îți vei scrie numele pe Foaia de răspuns!

C₃. (1p) Estimează valoarea minimă a densității ρ_0 a corpului pentru care orificiul rămâne obturat de corp indiferent de valoarea adâncimii a a lichidului, în condițiile punctului **C₂**.

Subiecte propuse de:

prof. dr. **Ana-Cezarina MOROȘANU**, Colegiul Național „Petru Rareș”, Piatra-Neamț

prof. **Gabriela ALEXANDRU**, Colegiul Național „Grigore Moisil”, București

prof. **Emil NECUȚĂ**, Colegiul Național „Alexandru Odobescu”, Pitești

prof. **Petrică PLITAN**, Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare

Clasa a VIII-a - Barem de evaluare și notare

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul I: Măsurări electrice		10
a. $E = U_1 + I_1 r, E = U_2 + I_2 r$	1	2,50
$r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} \quad (r = 2\Omega)$	0,50	
$E = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1} \quad (E = 30V)$	0,50	
$P_{\max} = \frac{E^2}{4r}$	0,25	
$P_{\max} = 112,5W$	0,25	
b. $E = I_A(R_A + r) + U_V \Leftrightarrow R_A = \frac{E - U_V - I_A r}{I_A}$ $(R_A = 5\Omega)$	1	2,50
$U'_V = I'_A(R_b + R_A) \Leftrightarrow R_b = \frac{U'_V}{I'_A} - R_A$	1	
$R_b = 10\Omega$	0,50	
c. Voltmetrul la bornele becului: $R_{bv} = \frac{R_b R_V}{R_b + R_V}$ $R_{e1} = R_{bv} + R_A = \frac{R_b R_V}{R_b + R_V} + R_A$	0,50	2,50
Voltmetrul la bornele sursei (adică voltmetrul la bornele grupării serie a becului și ampermetrului): $R_{bA} = R_b + R_A$ $\frac{1}{R_{e2}} = \frac{1}{R_{bA}} + \frac{1}{R_V} = \frac{1}{R_b + R_A} + \frac{1}{R_V}$	0,50	
$I_1 = \frac{E}{R_{e1} + r}, I_2 = \frac{E}{R_{e2} + r}$	0,50	
$\frac{R_{e1}}{R_{e2}} = \frac{R_V(R_b + R_A) + R_A R_b}{R_V(R_b + R_A)} \cdot \frac{R_b + R_V + R_A}{R_b + R_V} > 1$	0,50	
$R_{e1} > R_{e2} \Rightarrow I_1 < I_2$	0,50	

d. $P_1 = I_1^2 R_b = \left(\frac{E}{R_b + r}\right)^2 R_b, P_2 = I_2^2 R = \left(\frac{E}{R + r}\right)^2 R$ $P_1 = P_2 \Rightarrow r^2 = R_b \cdot R \Rightarrow R = \frac{r^2}{R_b}$	1	2,50
$\eta_1 = \frac{R_b}{R_b + r}$	0,50	
$\eta_2 = \frac{R}{R + r} = \frac{r}{R_b + r}$	0,50	
$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{R_b}{r} = 5$	0,50	
	Parțial	Punctaj
Barem subiectul II: Pompa de căldură		10
a. Căldura produsă de pompă trebuie să fie egală cu căldura Q_1 pierdută prin pereți pentru ca temperatura să rămână constantă	0,50	2,50
$\frac{Q_1}{\Delta\tau} = P_1 = k(t_0 - t_1); \frac{Q_2}{\Delta\tau'} = k(t_0 - t_2)$	1	
$Q_2 = P_1 \frac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1} \Delta\tau'$	0,50	
$Q_2 = 25,6 \text{ kWh} (= 92,16 \text{ MJ})$	0,50	
b. $\varepsilon_2 = \frac{Q_c}{Q_c - Q_p}$	0,50	2,75
$Q_p = \frac{Q_c(\varepsilon_2 - 1)}{\varepsilon_2} = \frac{3}{4} Q_c$ unde $\frac{Q_c}{\Delta\tau} = \frac{Q_2}{\Delta\tau}$	0,50	
$\frac{Q_p}{\Delta\tau} = \frac{P_1(\varepsilon_2 - 1)}{\varepsilon_2} \cdot \frac{t_0 - t_2}{t_0 - t_1} = \frac{3}{5} P_1$	0,50	
$Q_p = mc(t_2 - t'_2) = \rho V_{aer} c(t_2 - t'_2)$ $V_{aer} = \frac{Q_p}{\rho c(t_2 - t'_2)}$	0,75	
$D = \frac{V_{aer}}{\Delta\tau} = \frac{3P_1}{5\rho c(t_2 - t'_2)}$	0,25	
$D = 0,375 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	0,25	
c. Fie ε_{C2} eficiența pompei ideale, care are valoarea $\varepsilon_{C2} = \frac{T_0}{T_0 - T_2} = \frac{293}{16}$	0,50	1,50
$r = \frac{\varepsilon_{C2}}{\varepsilon_2} = \frac{293}{64} = 4,58$	0,25	
Fie ε_C eficiența la temperatura T_{ext} și ε_C' eficiența la temperatura $T'_{ext} < T_{ext}$ $\varepsilon_C = \frac{T_{int}}{T_{int} - T_{ext}}$ $\varepsilon_C' = \frac{T_{int}}{T_{int} - T'_{ext}}$	0,75	

$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c'} = \frac{T_{int} - T'_{ext}}{T_{int} - T_{ext}} > 1$		
d. Lucrul mecanic făcut de motor în unitatea de timp: $\frac{L}{\Delta\tau} = \frac{86,4 \text{ lei}/24\text{h}}{1,2 \text{ lei}/\text{kWh}} = 3\text{kW}$	0,50	3,25
Fie ε_c eficiența pompei ideale pentru temperatura T_{min} și ε eficiența pompei reale la T_{min} $\varepsilon_c = \frac{T_0}{T_0 - T_{min}}$	0,50	
$\varepsilon = \frac{\varepsilon_c}{r} = \frac{T_0}{r(T_0 - T_{min})}$	0,25	
$\varepsilon = \frac{Q_c}{L}$ unde Q_c este căldura schimbată prin pereți la temperatura T_{min}	0,50	
$\frac{Q_c}{L} = \frac{T_0}{r \cdot (T_0 - T_{min})} \left(= \frac{Q_c}{\Delta\tau} \right)$	0,25	
$\frac{Q_c}{\Delta\tau} = P_1 \frac{T_0 - T_{min}}{T_0 - T_1}$	0,50	
$(T_0 - T_{min})^2 = \frac{T_0 \cdot (T_0 - T_1)}{r \cdot P_1} \cdot \frac{L}{\Delta\tau}$	0,25	
$T_0 - T_{min} \cong 31\text{K}$	0,25	
$t_{min} \cong -11^\circ\text{C}$	0,25	

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul III: Dopul special		10
A. $F = \left(\frac{L}{2}\right)^2 \cdot \rho \cdot g \cdot a$	2	2
B. Volumul corpului aflat în interiorul lichidului este: $V_{int} = \frac{L^3}{3} - \frac{L^3}{48} = \frac{5 \cdot L^3}{16}$	0,5	2
Forța cu care lichidul acționează asupra corpului este forța arhimedică din care se scade contribuția pe care ar fi avut-o lichidul dacă ar fi acționat și asupra vârfului aflat în exteriorul lichidului. Situația este similară cu cea în care piramida de jos ar fi secționată iar suprafața secțiunii ar fi în contact cu fundul (fără orificiu) vasului fără ca lichidul să pătrundă între această suprafață și cea a fundului vasului. $F_l = V_{int} \cdot \rho \cdot g - \left(\frac{L}{2}\right)^2 \cdot \rho \cdot g \cdot a$	0,5	
Corpul începe să urce când forța ascensională egalează greutatea corpului $F_l = G$	0,25	
Înlocuind se obține $\frac{k \cdot \rho_0 \cdot g \cdot L^2}{4} \left(\frac{5 \cdot L}{4} - a_0\right) = \rho_0 \cdot g \cdot \frac{L^3}{3}$	0,5	
De unde $a_0 \cong 6,44 \text{ cm}$	0,25	
C₁. • Pentru $a > \frac{3 \cdot L}{4}$	0,5	3

$V_{int} = \frac{5 \cdot L^3}{16}$		
$F_l = \frac{\rho \cdot g \cdot L^2}{4} \left(\frac{5 \cdot L}{4} - a \right)$		0,5
<ul style="list-style-type: none"> Pentru $\frac{L}{4} \leq a \leq \frac{3 \cdot L}{4}$ $V_{int} = \frac{5 \cdot L^3}{16} - \frac{4}{3} \left(\frac{3 \cdot L}{4} - a \right)^3$		0,5
$F_l = \rho \cdot g \left(\frac{4 \cdot a^3}{3} - 3 \cdot a^2 \cdot L + 2 \cdot a \cdot L^2 - \frac{L^3}{4} \right)$		0,5
<ul style="list-style-type: none"> Pentru $a < \frac{L}{4}$ $V_{int} = \frac{a \cdot L^2}{4} + L \cdot a^2 + \frac{4 \cdot a^3}{3}$		0,5
$F_l = \rho \cdot g \cdot a^2 \left(L + \frac{4 \cdot a}{3} \right)$		0,5

<p>C₂. Înlocuind valorile numerice se obține:</p> $F_l = \begin{cases} 24(0,1 - a) & \text{pentru } a > 6 \text{ cm} \\ 2 \cdot 10^4 \cdot a^3 - 3,6 \cdot 10^3 \cdot a^2 + 1,92 \cdot 10^2 \cdot a - 1,92 & \text{pentru } 2 \text{ cm} \leq a \leq 6 \text{ cm} \\ 2 \cdot 10^4 \cdot a^3 + 1,2 \cdot 10^3 \cdot a^2 & \text{pentru } a < 2 \text{ cm} \end{cases}$																																																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>a (cm)</th> <th>0</th><th>0,5</th><th>1</th><th>1,5</th><th>2</th><th>2,5</th><th>3</th><th>3,5</th><th>4</th><th>4,5</th><th>5</th><th>5,5</th><th>6</th><th>6,5</th><th>7</th><th>7,5</th><th>8</th><th>8,5</th><th>9</th><th>9,5</th><th>10</th><th>10,5</th><th>11</th><th>11,5</th><th>12</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>F_l (N)</th> <td>0</td><td>0,0325</td><td>0,14</td><td>0,3375</td><td>0,64</td><td>0,9425</td><td>1,14</td><td>1,2475</td><td>1,28</td><td>1,2525</td><td>1,18</td><td>1,0775</td><td>0,96</td><td>0,84</td><td>0,72</td><td>0,6</td><td>0,48</td><td>0,36</td><td>0,24</td><td>0,12</td><td>0</td><td>-0,12</td><td>-0,24</td><td>-0,36</td><td>-0,48</td> </tr> </tbody> </table>	a (cm)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	F _l (N)	0	0,0325	0,14	0,3375	0,64	0,9425	1,14	1,2475	1,28	1,2525	1,18	1,0775	0,96	0,84	0,72	0,6	0,48	0,36	0,24	0,12	0	-0,12	-0,24	-0,36	-0,48	1 (25x0,04p)	
a (cm)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12																													
F _l (N)	0	0,0325	0,14	0,3375	0,64	0,9425	1,14	1,2475	1,28	1,2525	1,18	1,0775	0,96	0,84	0,72	0,6	0,48	0,36	0,24	0,12	0	-0,12	-0,24	-0,36	-0,48																													
			2																																																			
<p>Se vor puncta conform detalierei de mai jos:</p>																																																						
<p>- Mărimile fizice trecute pe axe</p>		0,10																																																				

- Unitățile de măsură trecute pe axe	0,10	
- Scală cu valori echidistante pe axe	0,10	
- Reprezentarea punctelor pe grafic în conformitate cu tabelul de valori	0,40	
- Forma graficului: dreaptă pentru $a > 6cm$	0,10	
- Forma graficului: linie curbă pentru $a \leq 6cm$	0,10	
- Valori numerice negative ale lui F_l , pentru $a \geq 10cm$	0,10	

C₃. Din grafic $F_{lmax} \cong 1,28 N$	0,25	1
$\rho_{0min} \cdot g \cdot \frac{L^3}{3} = F_{lmax}$	0,5	
$\rho_{0min} \cong 750 kg/m^3$	0,25	

Bareme propuse de:

prof. dr. **Ana-Cezarina MOROȘANU**, Colegiul Național „Petru Rareș”, Piatra-Neamț

prof. **Gabriela ALEXANDRU**, Colegiul Național „Grigore Moisi”, București

prof. **Emil NECUȚĂ**, Colegiul Național „Alexandru Odobescu”, Pitești

prof. **Petrică PLITAN**, Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare

Clasa a IX-a Subiect

Subiectul I: Sistem buclucaș

(10 puncte)

De capătul inferior al unui fir flexibil este suspendată o bilă cu dimensiuni neglijabile, celălalt capăt al firului fiind fixat. Firul, fără masă și inextensibil, are lungimea $\ell = 0,50$ m și tensiunea de rupere $T_r = 6mg$, unde m este masa bilei. Bilei i se imprimă o viteză orizontală cu valoarea $v_0 = 4,7$ m/s. Se consideră că accelerația gravitațională are valoarea $g = 10$ m/s². Să se determine:

- a) (3,0 p) înălțimea maximă, față de nivelul inițial, la care ajunge bila;
- b) (3,0 p) durata după care bila revine pe traiectoria circulară, din momentul în care a părăsit-o;
- c) (1,0 p) coordonatele punctului în care se află bila și tangenta unghiului făcut de fir cu orizontala, atunci când firul este din nou întins;

Presupunând că imediat după întinderea firului, acesta se rupe și bila își continuă mișcarea cu o viteză egală, ca mărime, cu valoarea componentei tangențiale a vectorului viteză, în punctul de rupere a firului, să se determine:

- d) (3,0 p) durata șocului care conduce la ruperea firului.

Indicație: dacă considerați necesar, puteți utiliza ecuația cercului cu centrul în originea sistemului de coordonate xOy , $x^2 + y^2 = R^2$, R fiind raza cercului.

Subiectul II: Mașinuța rebelă

(10 puncte)

O mașinuță teleghidată cu masa m se deplasează pe o traiectorie circulară de rază r , fără să derapeze, pe suprafața unui plan orizontal, aflată pe podeaua unui vagon. Coeficientul de frecare statică dintre roțile mașinii și suprafața planului este μ , iar accelerația gravitațională g . Determinați:

- a) (0,6 p) expresia vitezei maxime a mașinuței, cu care aceasta poate descrie traiectoria circulară de rază r , dacă vagonul este în repaus, în funcție de μ , r și g ;
- b) (2,0 p) expresia vitezei maxime a mașinuței, cu care aceasta poate descrie traiectoria circulară de rază r , dacă vagonul se deplasează cu accelerația constantă $|\vec{a}| = a$, în plan orizontal, în funcție de μ , r , a și g ;
- c) (4,0 p) expresia timpului minim necesar pentru ca mașinuța să parcurgă cu viteză constantă în modul, un cerc complet, pe podeaua înclinată cu unghiul θ față de orizontală, a vagonului aflat în repaus (figura A), în funcție de r , θ , μ și g ;

- d) (3,4 p) expresia timpului minim necesar pentru ca mașinuța să parcurgă un cerc complet, în cazul în care podeaua vagonului este înclinată cu unghiul θ față de orizontală, iar vagonul se deplasează cu o accelerație orizontală, constantă, $a = g \tan \theta$, orientată ca în figura B, în funcție de θ , μ , r și g .

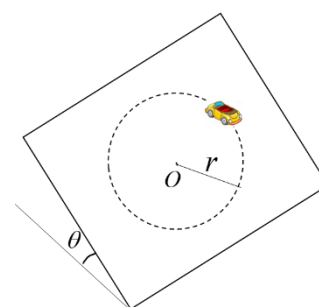


Figura A

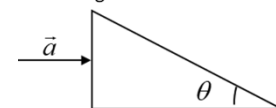
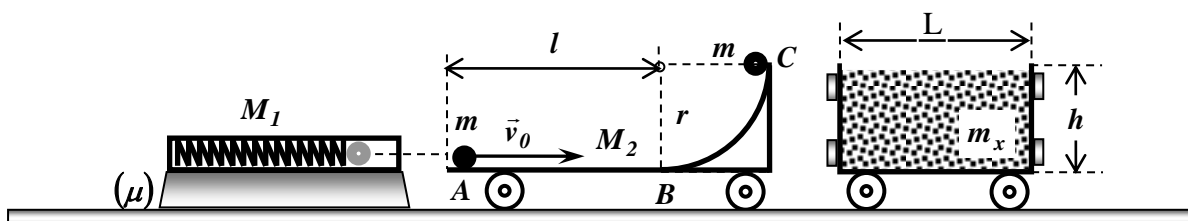


Figura B

Subiectul III: Ciocniri variate

(10 puncte)

Ivona și Nicușor, elevi în clasa a IX-a, își propun să studieze ciocnirea corpurilor folosind un dispozitiv experimental compus dintr-un lansator de proiectile, o platformă și un vagonet, aflate inițial în stare de repaus, pe o suprafață orizontală, ca în figura alăturată.



Lansatorul de proiectile (stânga imaginii) folosește energia elastică a unui resort comprimat, având constanta de elasticitate $k = 2000$ N/m, pentru a lansa corpuri sferice identice cu masa $m = 0,20$ kg, fiecare. Tubul lansatorului împreună cu suportul pe care acesta este fixat, are masa $M_1 = 1,80$ kg și poate aluneca cu frecare pe suprafața orizontală,

coeficientul de frecare la alunecare fiind $\mu = 0,10$.

Platforma de masă $M_2 = 0,40$ kg este compusă dintr-o suprafață plană, orizontală și lucioasă, AB , de lungime $\ell = 20$ cm, continuată cu o suprafață cilindrică lucioasă, BC , de rază $r = \ell/2$. În punctul C este așezat un corp țintă de formă sferică și de aceeași masă m cu a proiectilului, sprijinit pe un suport de forma unui inel fixat de platformă.

Vagonetul de masă m_x , având formă paralelipipedică de lungime $L = 20$ cm și înălțime $h = r$, este umplut cu nisip (având rol de amortizare) și este prevăzut la capete cu tampoane elastice.

Trenurile de rulare ale platformei și vagonetului asigură mișcarea acestora fără frecare.

Pentru lansarea proiectilului din punctul A , situat la capătul platformei, resortul lansatorului este comprimat cu $\Delta l = 0,10$ m.

Se consideră accelerația gravitațională $g \cong 10$ m/s² și se neglijează lucrul mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului pe durata destinderii resortului.

a) (2,8 p) Calculați mărimea vitezei v_0 a proiectilului lansat și distanța d parcursă de lansator până la oprire, măsurată din momentul în care proiectilul părăsește tubul de ghidare al acestuia.

b) (1,4 p) Justificați, folosind argumente energetice cantitative, neglijarea lucrului mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului, pe durata destinderii resortului.

c) (3,0 p) Determinați valorile componentelor (orizontală, respectiv verticală) vectorului viteză cu care ținta plasată în punctul C se desprinde de platformă, după ce aceasta se ciocnește perfect plastic cu proiectilul lansat din punctul A (raza proiectilului este mai mică decât raza inelului folosit pentru sprijinirea corpului țintă).

În momentul imediat următor celui în care corpul țintă plasat în punctul C a suferit ciocnirea perfect plastică cu proiectilul, platforma se ciocnește perfect elastic cu vagonetul aflat în repaus, astfel că acesta începe să se miște.

d) (1,6 p) Determinați valorile maximă și minimă pe care trebuie să le aibă masa m_x a vagonetului, astfel încât corpul țintă, lansat din punctul C , în urma ciocnirii perfect plastice cu proiectilul, să cadă în vagonet.

e) (1,2 p) Calculați valorile vitezei vagonetului imediat înainte și imediat după căderea corpului în nisipul din vagonet, în cazurile prezentate la punctul d).

Subiecte propuse de:

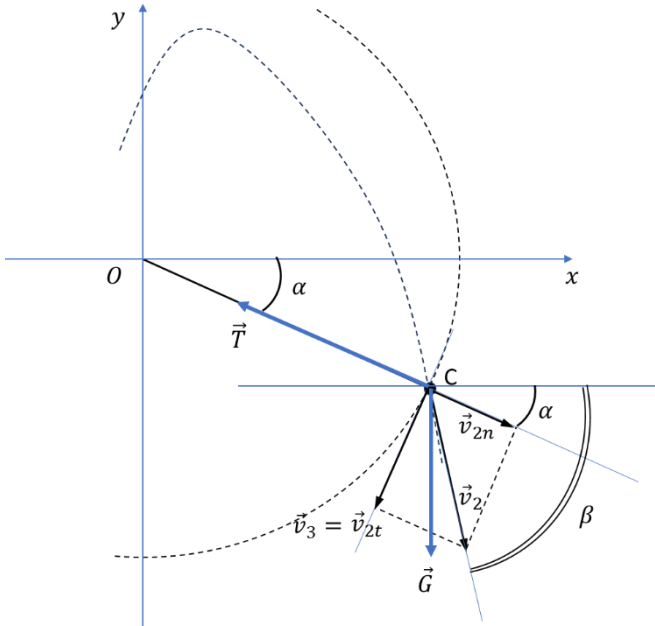
prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava", București

prof. drd. Vitalie LUNGU, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași

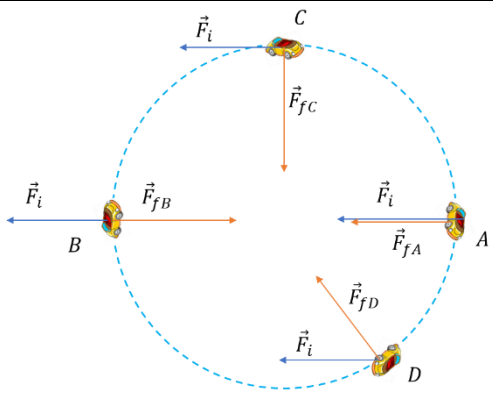
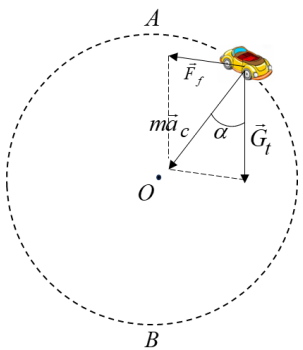
prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu", Vaslui

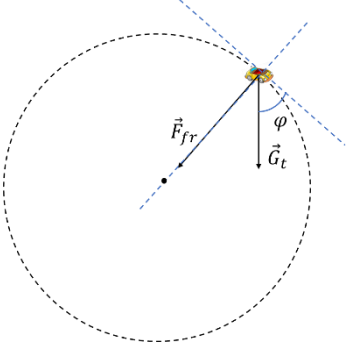
prof. dr. Daniel LAZĂR, Colegiul Național "Iancu de Hunedoara", Hunedoara

Clasa a IX-a - Barem de evaluare și notare

<p>c) Firul este din nou întins în punctul C, care are coordonatele</p> $\begin{cases} x_C = -l \cos \theta + v_1 t_1 \sin \theta \\ y_C = l \sin \theta + v_1 t_1 \cos \theta - \frac{1}{2} g t_1^2 \end{cases} \text{ de unde } \begin{cases} x_C = l \cos \theta (4 \sin^2 \theta - 1) \\ y_C = l \sin \theta (1 - 4 \cos^2 \theta) \end{cases}$ <p>și în final $x_C \cong 0,47\text{m}$ și $y_C \cong -0,16\text{m}$.</p>	0,6p	1p
<p>Din desen se constată: $\tan \alpha = \frac{ y_C }{x_C}$, $\tan \alpha = \frac{4 \cos^2 \theta - 1}{4 \sin^2 \theta - 1} \tan \theta$. $\tan \alpha = 0,34$ ($\alpha \cong 19^\circ$)</p>	0,4p	
<p>d)</p> 		3p
<p>În momentul în care bila este în punctul C, firul este întins. Firul fiind inextensibil, componenta vitezei în C, pe direcția firului, \vec{v}_{2n} se anulează, în condițiile problemei, iar bila pleacă cu $\vec{v}_3 = \vec{v}_{3t}$, unde $\vec{v}_{3t} = \vec{v}_{2t}$; prin urmare $v_3 = v_2 \sin(\beta - \alpha)$.</p>	0,4p	
<p>Din conservarea energiei mecanice între punctele A și C, $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_C$, unde $h_C = l - y_C$, $h_C = 0,34\text{ m}$ rezultă că $v_2 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_C}$, $v_2 \cong 3,9\text{m/s}$.</p>	1p	
<p>$\cos \beta = \frac{v_1 \sin \theta}{v_2}$, $\cos \beta = 0,41$, deci $\beta \approx 66^\circ$, prin urmare $v_3 \cong 2,9\text{ m/s}$.</p>	0,6p	
<p>Din teorema de variație a impulsului rezultă că $(\vec{T}_r + \vec{G})\Delta t = \Delta \vec{p}$, iar pe direcția radială (a firului), $(T_r - mg \sin \alpha)\Delta t = mv_2 \cos(\beta - \alpha)$ de unde $\Delta t = \frac{v_2 \cos(\beta - \alpha)}{g(6 - \sin \alpha)}$, $\Delta t \cong 50\text{ ms}$</p>	1p	

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul II: <i>Mașinuța rebelă</i>		10 p
a) Din condiția $\frac{mv^2}{r} \leq \mu mg$, rezultă că $v_{\max} = \sqrt{\mu rg}$	0,6p	0,6p

<p>b)</p>  <p>The diagram shows a car on a circular track of radius r. At point A (right), forces \vec{F}_i (inward) and \vec{F}_{fA} (outward) are shown. At point B (left), forces \vec{F}_i (inward) and \vec{F}_{fB} (outward) are shown. At point C (top), forces \vec{F}_i (inward) and \vec{F}_{fC} (downward) are shown. At point D (bottom), forces \vec{F}_i (inward) and \vec{F}_{fD} (upward) are shown.</p>		2 p
$\vec{F}_i + \vec{F}_f = \vec{F}_{cp}$	0,4p	
<p>Pozițiile de interes sunt în A și B unde:</p> $\frac{mv_A^2}{r} = \mu mg + ma, \text{ respectiv } \frac{mv_B^2}{r} = \mu mg - ma$	0,8p	
<p>În punctul B, valoarea vitezei este cea mai mare dintre cele care pot menține mașinuța pe traiectoria circulară, fără să alunece. Atunci, viteza maximă cu care mașinuța poate descrie traiectoria circulară fără să alunece este $v_B = \sqrt{r(\mu g - a)}$ (viteza maximă cerută).</p>	0,8p	
<p>c) varianta 1</p>  <p>The diagram shows a car at point A (top) of a circular track with center O. Forces \vec{F}_f (inward) and \vec{G}_t (downward) are shown. The centripetal acceleration $\vec{m}a_c$ is shown pointing towards the center O. The angle between \vec{F}_f and \vec{G}_t is α.</p>		4p
<p>Asupra mașinuței acționează, în decursul mișcării, forța de frecare, greutatea și reacțiunea normală.</p> $m\vec{a}_c = \vec{G} + \vec{F}_f + \vec{N}$	0,4p	
<p>În punctul superior al traiectoriei (A) din planul mișcării: $ma_c = G_t + F_{fA}$</p>	0,6p	
<p>În punctul inferior al traiectoriei (B): $ma_c = F_{fB} - G_t$</p>	0,6p	
<p>Forța de frecare maximă este: $F_f = \mu N$, unde $N = mg \cos \theta$.</p>	0,6p	
<p>Forța centripetă își păstrează modulul, dar își schimbă orientarea, componenta tangențială a greutății are mereu aceeași orientare și același modul. Forța de frecare își schimbă atât orientarea, cât și modulul.</p> <p>Accelerația centripetă a mașinuței este: $a_c = \frac{v^2}{r}$</p> <p>Se observă că forța de frecare maximă care acționează asupra mașinuței este în punctul B: $F_{fB} = F_f, F_{fB} = ma_c + G_t$</p>	0,8p	
<p>Pentru ca timpul de mișcare să fie minim, mașinuța trebuie să se miște cu viteza maximă posibilă. Dacă viteza mașinuței este mai mare decât viteza maximă, forța de frecare nu mai este</p>	0,8p	

<p>suficientă ca să-i asigure mașinuței o mișcare pe o traiectorie circulară. Viteza mașinuței trebuie să respecte inegalitatea:</p> $m \frac{v^2}{r} \leq \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta$		
De unde obținem $v_{max} = \sqrt{gr(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$	0,2p	
Prin urmare, timpul minim este: $t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}$, $t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}}$.	0,6p	
<p>c) varianta 2</p> 		
<p>Pentru ca timpul de mișcare să fie minim, mașinuța trebuie să se miște cu viteza maximă posibilă. Din desen rezultă, pe direcția radială: $\frac{mv^2}{r} = F_f + mg \sin \theta \sin \varphi$, $F_f \leq \mu N$ pentru orice valoare a lui φ.</p>	1,6p	4p
$\frac{mv^2}{r} - mg \sin \theta \sin \varphi \leq F_{fr}$	0,4p	
Forța de frecare statică maximă este $F_{fr} = \mu N$, $N = mg \cos \theta$ deci $F_{fr} = \mu mg \cos \theta$	0,6p	
atunci $v^2 \leq gr(\mu \cos \theta + \sin \theta \sin \varphi)$	0,4p	
Viteza maximă permisă pentru ca mașinuța să nu derapeze în niciun punct al traiectoriei, corespunde valorii $\varphi = 180^\circ$	0,2p	
anume $v_{max} = \sqrt{gr(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$	0,2p	
Prin urmare, timpul minim este: $t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}$, $t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}}$.	0,6p	
<p>d) varianta 1 În sistemul de referință neinertial, legat de planul înclinat, câmpul forțelor de inerție se suprapun e peste câmpul gravitațional real, astfel încât câmpul gravitațional aparent are liniile de câmp orientate perpendicular pe suprafața planului înclinat. Accelerația gravitațională aparentă este:</p> $g_a = \sqrt{a^2 + g^2}, g_a = g \sqrt{\tan^2 \theta + 1}, g_a = \frac{g}{\cos \theta}$	1,2p	
<p>Condiția de menținere pe traiectoria circulară este:</p> $F'_f \geq ma_c, F'_f = \mu mg_a, F'_f = \frac{\mu mg}{\cos \theta}$ $\frac{\mu mg}{\cos \theta} \geq \frac{mv'^2}{r}$	1,2p	

De unde, rezultă viteza maximă a mașinuței $v'_{max} = \sqrt{\frac{\mu gr}{\cos\theta}}$ Respectiv, timpul minim: $t'_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{r\cos\theta}{\mu g}}$	1p	
d) varianta 2 În sistemul de referință neinertțial, legat de planul înclinat, pe direcția normală la planul înclinat: $N = mg\cos\theta + masin\theta$	0,6p	3,4p
Deoarece $a = g\tan\theta$, atunci $N = \frac{mg}{\cos\theta}$	0,6p	
$F_f = \frac{mv^2}{r}$, $F_f \leq \mu N$,	0,6p	
$v_{max} = \sqrt{\frac{\mu gr}{\cos\theta}}$	0,6p	
$t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}$, $t_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{r\cos\theta}{\mu g}}$	1p	

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul III: Ciocniri variate		10 p
<p>a) Neglijarea lucrului mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului pe durata destinderii resortului, permite aplicarea legilor de conservare ale impulsului total și energiei mecanice pentru sistemul lansator de proiectile + proiectil + resort comprimat. Aceste legi conduc la sistemul de ecuații:</p> $\begin{cases} M_1 v = m v_0 \\ \frac{M_1 v^2}{2} + \frac{m v_0^2}{2} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} \end{cases}$	1,2p	2,8p
<p>Prin rezolvarea sistemului se obține:</p> $v_0 = \Delta l \sqrt{\frac{k \cdot M_1}{m(M_1 + m)}} - \text{viteza proiectilului lansat}$ $v_0 \cong 9,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$	0,4p	
<p>Distanța parcursă de lansator până la oprire se poate calcula cu ecuația lui Galilei sau cu teorema de variație a energiei cinetice scrise pentru mișcarea lansatorului fără proiectil.</p> $d = \frac{v^2}{2\mu g},$ $v = \Delta l \sqrt{\frac{k \cdot m}{M_1(M_1 + m)}} - \text{viteza mișcării de recul a lansatorului}$ <p>Se obține: $d = \frac{km(\Delta l)^2}{2\mu g M_1(M_1 + m)}, d \cong 56 \text{ cm}$</p>	1,2p	
<p>b) În starea “armat”, lansatorul de proiectile + proiectilul ce urmează a fi lansat, împreună cu centrul de masă al sistemului lansator de proiectile + proiectil, se află în stare de repaus. După acționarea declanșatorului, destinderea resortului are ca rezultat punerea în mișcare accelerată, în sensuri opuse, a lansatorului de proiectile și a proiectilului lansat (centrul de masă al sistemului rămâne în repaus). În ipoteza absenței frecărilor, la terminarea destinderii resortului, deplasările lansatorului (Δl_1) și a proiectilului (Δl_2) satisfac relațiile:</p> $\begin{cases} M_1 \Delta l_1 = m \Delta l_2 \\ \Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l \end{cases}$ <p>Prin rezolvarea sistemului se obține: $\Delta l_1 = \frac{m}{M_1 + m} \Delta l$ și $\Delta l_2 = \frac{M_1}{M_1 + m} \Delta l$</p> <p>numeric: $\Delta l_1 = 0,010 \text{ m}$, $\Delta l_2 = 0,090 \text{ m}$.</p>	0,6p	1,4p
<p>Forța de frecare la alunecare ce acționează asupra sistemului lansator + proiectil pe durata destinderii resortului are mărimea:</p> $F_f = \mu(M_1 + m)g; F_f = 2,0 \text{ N}$ <p>Lucrul mecanic al forței de frecare corespunzător deplasării sistemului lansator + proiectil este:</p> $L_{F_f} = -\mu(M_1 + m)g\Delta l_1, L_{F_f} = -2,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}.$ <p>Căldura degajată prin frecare pe durata destinderii resortului este: $Q = -L_{F_f}, Q = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$</p>	0,4p	
Pe de altă parte, energia potențială a resortului deformat este:	0,2p	

$E_p = k \frac{(\Delta l)^2}{2}, E_p = 10 \text{ J}$ <p>Comparând căldura degajată prin frecare $Q = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ cu energia potențială $E_p = 10 \text{ J}$ rezultă: $Q/E_p = 2,0 \cdot 10^{-3} = 0,2\%$ (valoare foarte mică).</p>		
<p>În consecință: $m \frac{v_0^2}{2} + M_1 \frac{v^2}{2} - k \frac{(\Delta l)^2}{2} = -\mu(M_1 + m)g\Delta l_1, \mu(M_1 + m)g\Delta l_1 \cong 0$ sau</p> $m \frac{v_0^2}{2} + M_1 \frac{v^2}{2} \cong k \frac{(\Delta l)^2}{2}$	0,2p	
<p>c) Mărimea componentelor \vec{v}_x și \vec{v}_y aferente vitezei proiectilului imediat înainte de ciocnirea ținte plasate în punctul C se obține rezolvând sistemul de ecuații corespunzătoare legilor de conservare a impulsului și a energiei mecanice pentru sistemul proiectil - platformă:</p> $\begin{cases} mv_0 = (M_2 + 2m)v_x \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{(M_2 + 2m)v_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + mgr \end{cases}$	1,4p	
$v_x = \frac{mv_0}{M_2 + 2m}, v_x = \frac{m\Delta l}{M_2 + 2m} \sqrt{\frac{kM_1}{m(M_1 + m)}}, v_x \cong 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_y = \sqrt{v_0^2 \frac{M_2 + m}{M_2 + 2m} - 2gr}, v_y = \sqrt{(\Delta l)^2 \frac{kM_1}{m(M_1 + m)} \frac{M_2 + m}{M_2 + 2m} - 2gr}, v_y \cong 8,10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	1,2p	3p
<p>În cazul ciocnirii perfect plastice proiectilul se mișcă împreună cu ținta. Datorită ciocnirii perfect plastice, componenta vitezei sistemului țintă + proiectil în direcția axei Oy, scade la jumătate din valoarea inițială v_y.</p> <p>Mărimile componentelor vitezei ținte și proiectilului sunt:</p> $v'_x = v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } v'_y = \frac{v_y}{2} \cong 4,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,4p	
<p>d) Imediat după desprinderea de platformă a corpului format din proiectil+țintă, platforma are masa egală cu M_2 și se deplasează cu viteza v'_x spre vagonetul de masă m_x aflat în stare de repaus, pe care îl ciocnește perfect elastic.</p> <p>Viteza vagonetului după ciocnirea perfect elastică este dată de relația:</p> $u_2 = 2 \frac{M_2 v'_x}{M_2 + m_x}$ <p>Durata de mișcare a ținte până la căderea în vagonet este:</p> $\Delta t = 2 \cdot t_u, \Delta t = 2 \cdot \frac{v'_y}{g}$ <p>Bătaia aruncării corespunzătoare corpului țintă lansat de pe platformă este:</p> $x_b = v'_x \cdot \Delta t, x_b = 2 \cdot \frac{v'_x v'_y}{g}, x_b \cong 1,92 \text{ m}$	0,8p	1,6p
<p>Pentru a cădea în vagonet viteza acestuia trebuie să satisfacă condițiile:</p>	0,8p	

$\begin{cases} u_2 \cdot \Delta t + L \geq x_b \\ u_2 \cdot \Delta t \leq x_b \end{cases} . \text{ Se obține: } \begin{cases} m_{x\max} = M_2 \left(\frac{x_b + L}{x_b - L} \right), \text{ numeric: } \begin{cases} m_{x\max} \cong 0,49\text{kg} \\ m_{x\min} = 0,40\text{kg} \end{cases} \\ m_{x\min} = M_2 \end{cases}$		
<p>e) Căderea corpului în vagonet reprezintă o ciocnire perfect plastică. Înainte de ciocnire, corpul format din proiectil + țintă lansat din punctul C are masa 2m și componenta orizontală a vitezei v_x, iar vagonetul are masa m_x și viteza dată de relația :</p> $u_2 = 2 \frac{M_2 \cdot v_x}{M_2 + m_x} .$ <p>Viteza vagonetului după ciocnire este:</p> $u'_2 = \frac{2m \cdot v_x + m_x \cdot u_2}{2m + m_x} .$	0,8p	1,2p
<p>Pentru $m_{x\max} = 0,49\text{kg}$ și $v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ rezultă:</p> $u_2 = 2,13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } u'_2 = 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$ <p>Pentru $m_{x\min} = 0,40\text{kg}$ și $v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ se obține:</p> $u_2 = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } u'_2 = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$	0,4p	

Baremele au fost propuse de:

prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava", București

prof. drd. Vitalie LUNGU, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași

prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu", Vaslui

prof. dr. Daniel LAZĂR, Colegiul Național "Iancu de Hunedoara", Hunedoara

Clasa a X-a Subiect

Subiectul I (10 puncte)

A. (4p) Un fascicul de lumină cilindric, orizontal, se propagă spre suprafața interioară argintată a unei semisfere, ca în *Figura I.1*. Fasciculul este paralel cu axa orizontală de simetrie a semisferei. În interiorul semisferei este introdus un ecran orizontal opac de forma unui semidisc cu raza egală cu raza sferei, $R_0 = 120\text{cm}$. Înălțimea la care se află raza inferioară

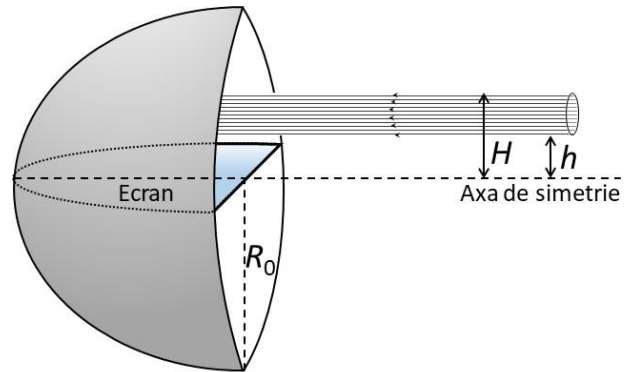


Figura I.1

a fasciculului este $h = 20\text{cm}$, iar înălțimea la care se

află raza superioară a fasciculului este $H = 50\text{cm}$, față de axa de simetrie a semisferei.

a. Precizează care este forma petei de lumină care se obține pe ecranul orizontal, după reflexia fasciculului de lumină pe suprafața interioară a semisferei. Justifică răspunsul.

b. Determină dimensiunea maximă a petei de lumină obținute pe ecran.

c. Determină înălțimea maximă la care trebuie să se afle raza superioară a fasciculului de lumină pentru ca toate razele fasciculului să se reflecte o singură dată pe suprafața interioară a semisferei.

B. (6p) Un fascicul cilindric de lumină monocromatică se propagă pe direcție orizontală spre baza unui con

transparent cu indicele de refracție $n = 1,41 (\cong \sqrt{2})$ și

cu deschiderea unghiulară $2\alpha = 120^\circ$, ca în *Figura I.2*.

Indicele de refracție al aerului este $n_{\text{aer}} \cong 1$. Raza

fasciculului cilindric este egală cu raza bazei conului, $R_0 = 4\text{cm}$. Fasciculul de lumină emergent este

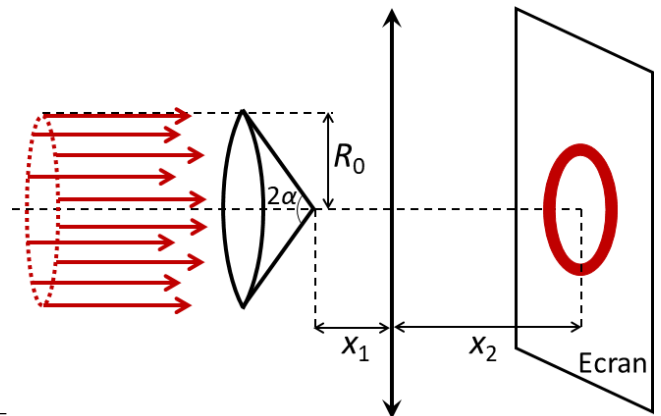


Figura I.2

proiectat pe un ecran printr-o lentilă convergentă cu distanța focală $f =$ Imaginea obținută pe ecran

are forma unui inel circular.

a. Se fixează ecranul la distanța $x_2 = 35\text{cm}$ față de

lentilă. Reprezintă pe același grafic raza interioară și

raza exterioară a inelului în funcție de distanța x_1 dintre vârful conului și lentilă, $R_i = R_i(x_1)$ și respectiv

$R_e = R_e(x_1)$, pentru $x_1 \in [0, 2f]$.

b. Se fixează conul la distanța $x_1 = 25\text{cm}$ față de lentilă. Reprezintă pe același grafic raza interioară și raza

exterioară a inelului în funcție de distanța x_2 dintre lentilă și ecran, $R_i = R_i(x_2)$ și respectiv $R_e = R_e(x_2)$,

pentru $x_2 \in [0, 2f]$.

Subiectul II (10 puncte)

A. (6,5p) Un cilindru cu piston (figura II.1), este împărțit în două compartimente prin intermediul unui perete mobil M , care poate aluneca liber, fără frecare în interiorul cilindrului.

Compartimentul (I) al cilindrului este delimitat între baza B a cilindrului și peretele mobil M și conține $\nu = 1,00 \text{ mol}$ de vapori de apă.

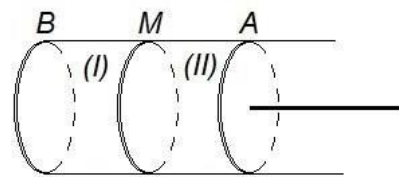


Figura II.1

Compartimentul (II) este delimitat în cilindru de peretele mobil M și de pistonul mobil A . Acest compartiment conține $\nu = 1,00 \text{ mol}$ de azot gazos (N_2).

Peretele mobil M , pistonul mobil A și cilindru sunt bune conductoare termice. Consideră că peretele mobil M nu permite schimbul de masă între cele două compartimente. De asemenea, consideră că pistonul mobil A nu permite schimbul de masă între compartimentul (II) și mediul exterior.

În starea inițială, volumul total ocupat de azotul gazos și de vaporii de apă este V_0 , presiunea din fiecare din cele două compartimente este $p_1 = 0,50 \text{ atm}$, iar temperatura din fiecare din cele două compartimente este $T_1 = 373 \text{ K}$.

Pistonul A începe să se deplaseze lent, comprimând azotul gazos și vaporii de apă, într-un proces quasistatic și izoterm, până la volumul total final $V_0/8$.

Consideră că volumul specific al apei este neglijabil în comparație cu volumul specific al vaporilor de apă la aceeași temperatură. Ai în vedere că la temperatura $T_1 = 373 \text{ K}$, presiunea vaporilor saturați de apă este de o atmosferă. Presupune că atât azotul gazos, cât și vaporii de apă pot fi considerați gaze ideale. Ține cont

că $1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ și că valoarea constantei universale a gazelor ideale este $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

a. Trasează o schiță $p = p(V)$, a dependenței presiunii p de volumul total V din cilindru, volum delimitat de

pistonul A și de baza B a cilindrului, la temperatura constantă T_1 . Marchează pe schiță parametrii de stare relevanți pentru sistemul analizat.

b. Dedu expresia lucrului mecanic efectuat de piston, în procesul de comprimare, de la volumul total inițial V_0 până la volumul total final $V_0/8$. Calculează valoarea acestui lucru mecanic.

B. (3,5p) Această problemă îți propune să analizezi o modalitate de a determina experimental valoarea căldurii latente specifice de vaporizare a azotului.

În laboratorul de fizică, Mihai pune pe talerul unei balanțe un vas care conține azot lichid și, alături de acest vas, el așază o bară de metal. Temperatura aerului din incinta laboratorului, a barei metalice de pe talerul balanței și a peretelui exterior al vasului în care se află azotul este de 300 K .

Urmărind evoluția în timp a indicației balanței Mihai notează, în tabelul II.1, datele experimentale obținute. Scăderea valorii masei m , indicate de balanță se datorează faptului că azotul din vas se vaporizează. În cursul prelevării datelor experimentale, la un moment dat, Mihai introduce bara de metal în azotul lichid.

Tabelul II.1

$m(\text{g})$	153,0	152,0	151,0	150,0	149,0	148,0	130,6	129,6	128,6	127,6	126,6	125,6
$t(\text{s})$	0,0	36,8	79,1	120,7	160,5	203,1	331,8	381,6	457,3	488,6	540,9	594,6

Bara de metal are masa de $18,8\text{ g}$. Între temperatura camerei și temperatura de vaporizare a azotului, căldura specifică a metalului din care este confecționată bara variază semnificativ cu temperatura. În figura II.2 este reprezentată dependența de temperatură $c = c(T)$ a căldurii specifice a metalului folosit de Mihai în experiment. Consideră că la presiune atmosferică normală, azotul se vaporizează la temperatura de 77 K .

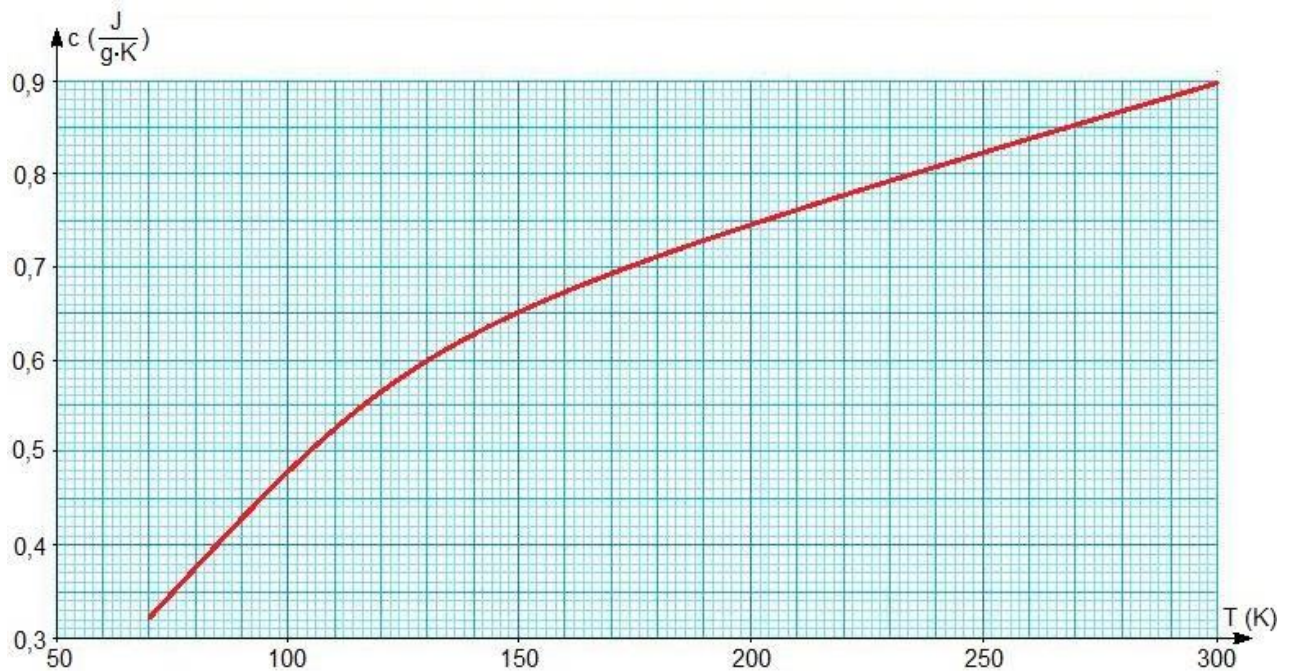


Figura II.2

- a. Reprezintă grafic dependența de timp a masei indicate de balanță $m = m(t)$. Trasează această dependență pe foaia de hârtie milimetrică denumită „Subiectul II Partea B - Clasa a X-a”, ce ți-a fost furnizată.
- b. Estimează valoarea căldurii latente specifice de vaporizare a azotului.

Subiectul III (10 puncte)

A. (5p) Profilul din figura III.1 constă într-o pantă descendentă AB care se continuă cu arcul de cerc BC racordat cu arcul de cerc CD. Cele două arce de cerc au fiecare raza R . Se știe că în punctul de racord tangenta δ la cele două arce este comună. Pe acest contur se deplasează fără frecare un corp punctiform de masă m .

a. Determină înălțimea minimă de la care trebuie eliberat corpul punctiform pentru ca, la un moment dat, să se desprindă de profil.

b. De la ce înălțime trebuie eliberat corpul pentru ca în urma desprinderii să atingă din nou profilul într-un punct care se găsește la aceeași înălțime ca și punctul de desprindere?

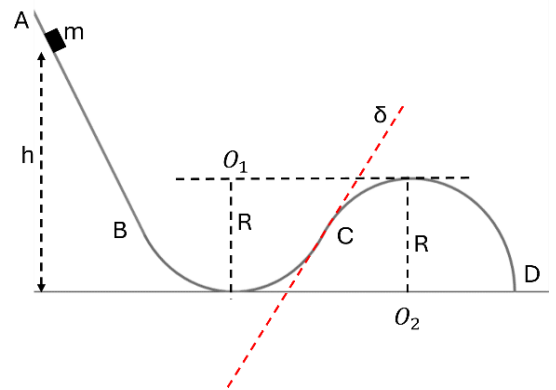


Figura III.1

B. (4p) O pompă de căldură funcționează conform transformării ciclice din figura III.2 unde $T_2 = T_4 = 2T_1$, $T_3 = 4T_1$ și substanța de lucru este un gaz ideal biatomic ($C_V = \frac{5}{2}R$).

a. Determină eficiența pompei de căldură.

Pompa de căldură este utilizată pentru a menține o temperatură constantă într-o încăpere, furnizându-i într-o oră căldura $Q = 340$ kJ. Lucrul mecanic necesar funcționării pompei de căldură este efectuat de un motor electric.

b. Calculează lucrul mecanic efectuat de motorul electric în timp de o oră.

C. (1p) Gruparea paralel din figura III.3 este formată din două rezistoare cu rezistențele electrice constante R_1 și R_2 . Utilizând următoarele ipoteze:

- i) $I = I_1 + I_2$ (consecință a legii conservării sarcinii electrice),
- ii) intensitatea curentului electric se distribuie prin cei doi rezistori astfel încât puterea electrică disipată pe grupare să fie minimă,
- iii) puterea electrică disipată într-un rezistor cu rezistența electrică R , parcurs de curentul electric cu intensitatea I , este $P = RI^2$, demonstrează relația $I_1 R_1 = I_2 R_2$.

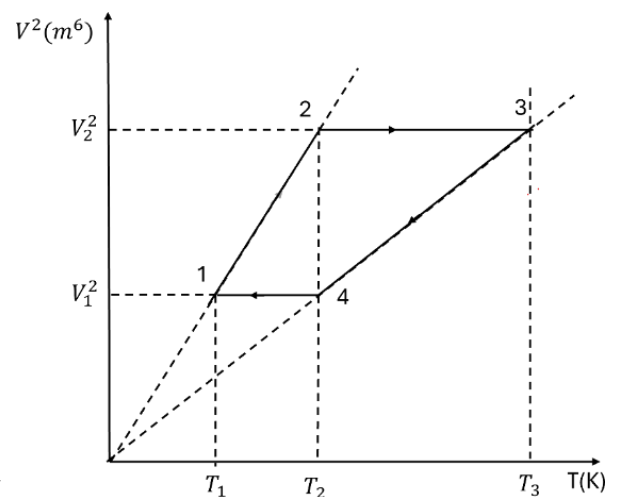


Figura III.2

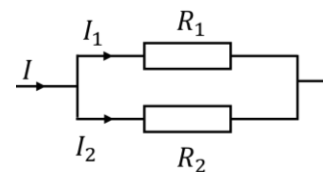


Figura III.3

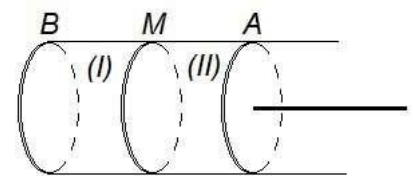
Subiecte propuse de:

Prof. dr. DAVIDESCU Delia, Liceul Internațional de Informatică, București
 Prof. dr. DOBROTĂ Costin-Ionuț, Colegiul Național „Dimitrie Cantemir”, Onești
 Prof. PAVĂL Cristina, Colegiul Național „Sfântul Sava”, București
 Prof. SOLSCHI Viorel, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare

I. Tétel

A. Egy dugattyúval ellátott hengert (II.1 ábra), két rekeszre osztanak az M mozgó fal segítségével, mely súrlódásmentesen szabadon mozog a henger belsejében.

A henger (I) rekeszét a henger B alapja valamint az M mozgó fal határolja, és $\nu = 1,00 \text{ mol}$ vízgőzt tartalmaz.



I.1 ábra

A henger (II) rekeszét az M mozgó fal valamint a mozgó A dugattyú határolja. Ebben a rekeszben $\nu = 1,00 \text{ mol}$ nitrogéngáz (N_2) található.

A mozgó M fal, a mozgó A dugattyú és a henger jó hővezetők. Feltételezd, hogy az M fal nem engedi meg a tömegcserét a két rekesz között. Hasonlóan, feltételezd azt, hogy az A dugattyú nem engedi meg a tömegcserét a (II) rekesz és a külső környezet között.

Kezdeti állapotban, a nitrogén gáz és a vízgőz által elfoglalt teljes térfogat V_0 , mindegyik rekeszben a nyomás $p_1 = 0,50 \text{ atm}$, és mindkét rekeszben a hőmérséklet $T_1 = 373 \text{ K}$.

Az A dugattyú lassan elkezd mozogni, így sűrítve a nitrogén gázt és a vízgőzt, egy gyakorlatilag kvázisztatikus és izoterm folyamat során, egészen a végső $\frac{\nu_0}{8}$ térfogatig.

Feltételezd azt, hogy a víz fajlagos térfogata elhanyagolható az azonos hőmérsékletű vízgőz fajlagos térfogatával szemben. Vedd figyelembe azt, hogy a $T_1 = 373 \text{ K}$ hőmérsékleten, a telített vízgőz nyomása egy atmoszféra. Feltételezd azt, hogy úgy a nitrogén gáz, mint a vízgőz ideális gáznak tekinthető. Vedd figyelembe azt, hogy $1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ és az egyetemes gázállandó értéke pedig $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

a. Vázold fel a $p = p(V)$ függvényt, ami a p nyomás változását adja meg a hengerben lévő, teljes, az A dugattyú és a henger B alapja által bezárt V térfogat függvényében, állandó T_1 hőmérsékleten. A vázlaton jelöld be azokat az állapot paramétereket, melyek mérvadók a tanulmányozott rendszerre.

b. Vezesd le a dugattyú által végzett mechanikai munka kifejezését, a V_0 kezdeti teljes térfogatról a $\frac{\nu_0}{8}$ végső teljes térfogatra történő kompressziós folyamat alatt. Számold ki ennek a mechanikai munkának az értékét.

B. Ebben a feladatban tanulmányoznod kell egy módszert a nitrogén fajlagos latens hője értékének kísérleti meghatározására.

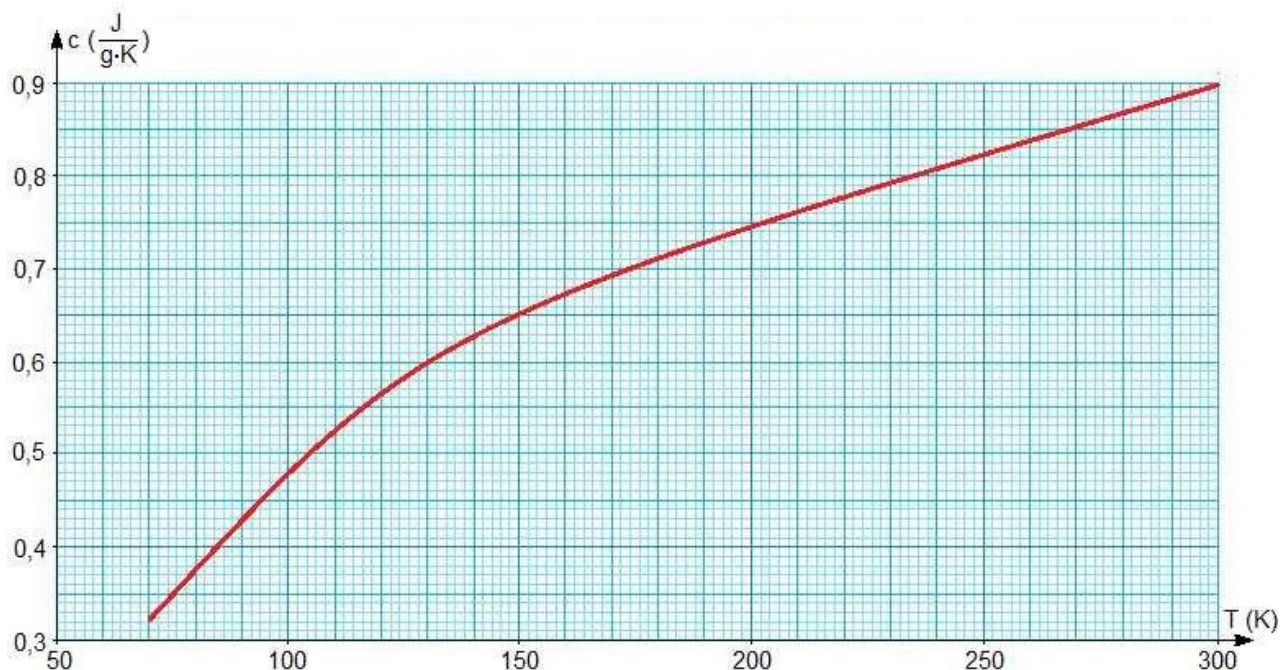
Mihály a fizika laboratóriumban egy mérleg tányérjára egy folyékony nitrogént tartalmazó edényt és mellé egy fémrudat helyez. A laboratóriumban található levegő, a mérleg tányérján található fémrúd és a nitrogént tartalmazó edény külső falának hőmérséklete 300 K .

Megfigyelve az idő elteltével a mérleg által jelzett értékeket, Mihály lejegyzi a kísérleti adatokat a II.1 táblázatba. A mérleg által jelezett m tömeg értékének csökkenését az edényben található nitrogén párolgása okozza. A kísérleti adatok begyűjtése ideje alatt Mihály egy adott pillanatban behelyezi a fémrudat a folyékony nitrogénbe.

II.1 táblázat

$m(g)$	153,0	152,0	151,0	150,0	149,0	148,0	130,6	129,6	128,6	127,6	126,6	125,6
$t(s)$	0,0	36,8	79,1	120,7	160,5	203,1	331,8	381,6	457,3	488,6	540,9	594,6

A fémrúd tömege $18,8\text{ g}$. A szoba hőmérséklete és a nitrogén forráspontja közötti intervallumban a fémrúd anyagának fajhője számottevően változik a hőmérséklettel. A II.2-es ábrán látható grafikon a Mihály által a kísérletben használt fém fajhőjét ábrázolja a hőmérséklet függvényében $c = c(T)$. Feltételezd, hogy a nitrogén forráspontja normál légköri nyomáson 77 K .



II.2 ábra

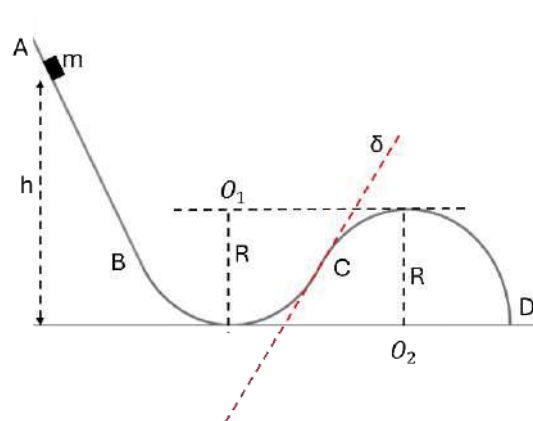
- Ábrázold grafikusán a mérleg által jelzett tömeg értékeket az idő függvényében $m = m(t)$. A grafikont, a tétellel együtt kiosztott "Subiectul II Partea B - Clasa a X-a" elnevezésű milliméterpapírra készítsd el.
- Becsüld meg a nitrogén párolgási fajlagos latens hőjének értékét.

II. Tétel

A. A III.1-es ábrán látható felület az AB lejtőből áll amelyik BC és CD egymással illeszkedő körívekkel folytatódik. Külön-külön mindkét körív sugara R . Tudjuk, hogy az illeszkedési pontban a két kör közös δ érintővel rendelkeznek. Ezen a felületen súrlódásmentesen mozog az m tömegű, pontszerű test.

a. Határozd meg a minimális magasságot melyről el kell engedjük a testet úgy, hogy egy adott pillanatban elhagyja a felületet.

b. Határozd meg, hogy mekkora magasságról kell elengedjük a testet úgy, hogy a felület elhagyása után a felületet egy olyan pontba érje el újra, amelyik ugyanolyan magasan van mint az a pont amelyben elhagyta a felületet.



II.1 ábra

B. Egy hőszivattyú a III.2-es ábrán feltüntetett körfolyamat szerint működik, ahol $T_2 = T_4 = 2T_1$, $T_3 = 4T_1$ és a munkagáz egy kétatomos gáz ($C_V = \frac{5}{2}R$).

a. Határozd meg a hőszivattyú hatékonyságát.

A hőszivattyút arra használjuk, hogy egy teremben állandó értéken tartsuk a hőmérsékletet. Ennek érdekében óránként $Q = 340 \text{ kJ}$ hőt szolgáltat a teremnek. A hőszivattyú működéséhez szükséges mechanikai munkát egy villanymotor végzi el.

b. Számítsd ki a villanymotor által egy óra alatt végzett mechanikai munkát.

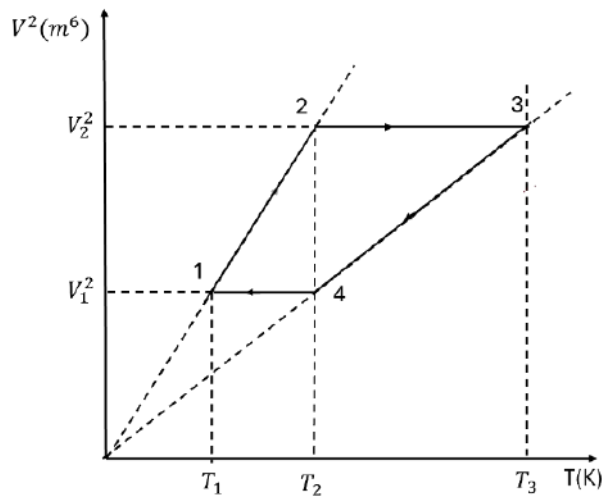
A. A III. 3-as ábrán feltüntetett kapcsolási rajz az állandó R_1 és R_2 elektromos ellenállású, párhuzamosan kapcsolt fogyasztókat szemlélteti. Felhasználva a következő hipotéziseket:

i) $I = I_1 + I_2$ (a töltésmegmaradás törvényének következménye),

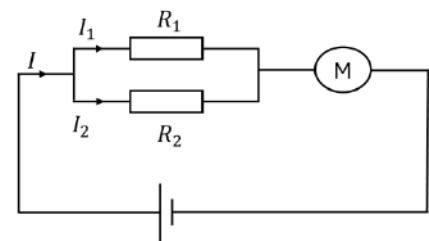
ii) a két ellenálláson az áram erőssége úgy oszlik meg, hogy a párhuzamos kapcsoláson fejlődő teljesítmény minimális legyen,

iii) az I erősségű áram által átjárt, R elektromos ellenálláson fejlődő teljesítmény $P = RI^2$,

igazold a következő összefüggést $I_1 R_1 = I_2 R_2$.



II.2 ábra



II.3 ábra

A tételket javasolták:

Prof. dr. DAVIDESCU Delia, *Liceul Internațional de Informatică, București*

Prof. dr. DOBROTĂ Costin-Ionuț, *Colegiul Național „Dimitrie Cantemir”, Onești*

Prof. PAVĂL Cristina, *Colegiul Național „Sfântul Sava”, București*

Prof. SOLSCHI Viorel, *Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare*

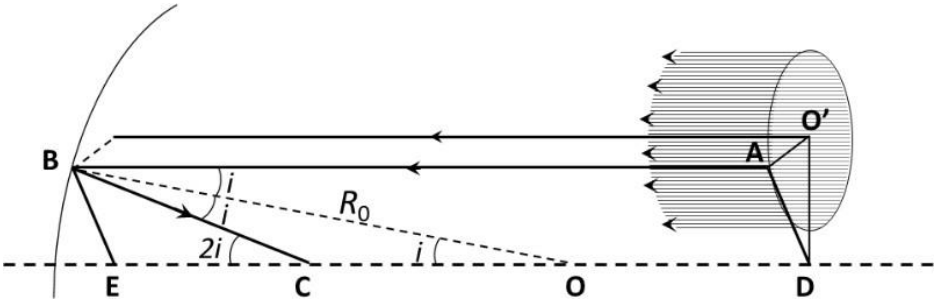
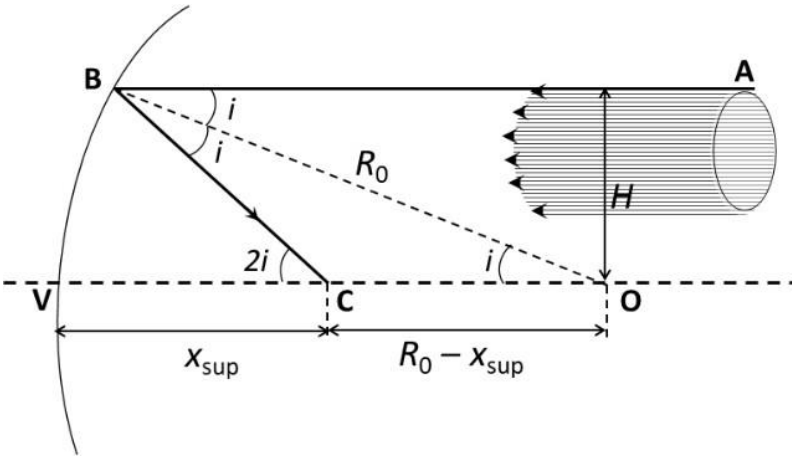
A tételket fordították:

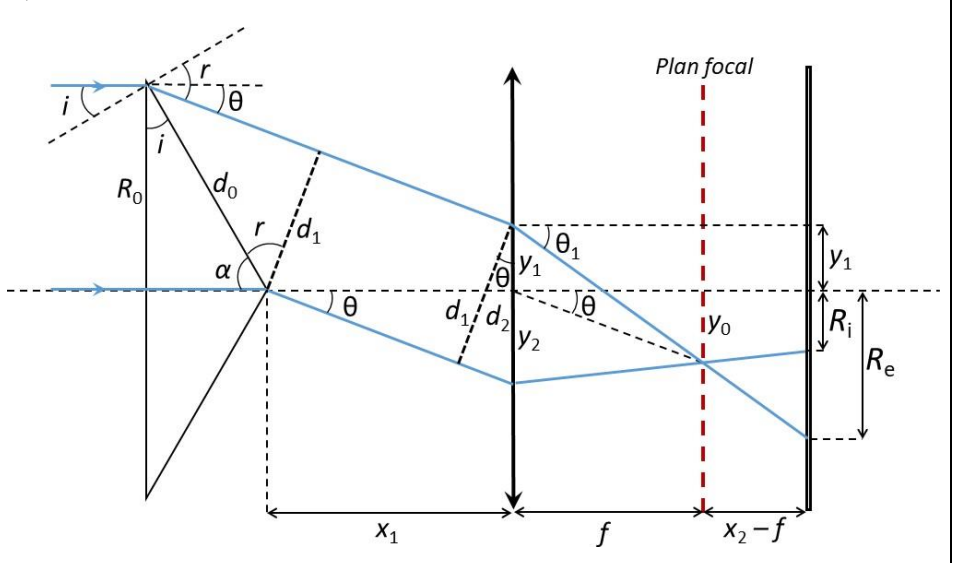
prof. Deme-Szabó Csilla, *Colegiul Economic „Partenie Cosma” Oradea*

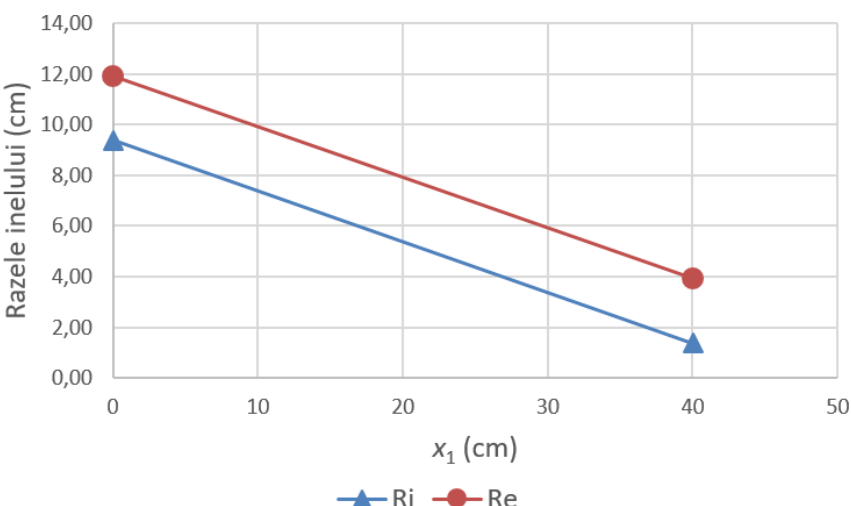
prof. Faluvégi Ervin Zoltán ISJ. Sălaj

Clasa a X-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul I

		Parțial	Punctaj
A a.	<p>Pata de lumină obținută pe ecranul orizontal este un segment orizontal, orientat pe direcția axei de simetrie a semisferei.</p> <p><i>Exemplu de răspuns:</i></p>  <p>Se alege o rază oarecare AB a fascicului incident. Raza AB și axa de simetrie a semisferei determină planul ABED. Conform primei legi a reflexiei, raza incidentă (AB), raza reflectată (BC) și normala (BO) sunt conținute în planul ABED, deci raza reflectată atinge axa de simetrie a semisferei în punctul C. Toate razele fascicului incident se reflectă pe direcții care ating axa de simetrie, determinând un segment de dreaptă luminos.</p>	0,3p	1p
	<p>0,7p</p>		
A b.	<p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p>Pentru raza superioară a fascicului incident:</p> 		2p

	$\sin i = \frac{H}{R_0}$	0,3p	
	Teorema sinusului în triunghiul OBC: $\frac{\sin i}{R_0 - x_{\text{sup}}} = \frac{\sin(\pi - 2i)}{R_0}$	0,3p	
	$x_{\text{sup}} = R_0 \left(1 - \frac{R_0}{2 R_0^2 - H^2} \right) \Rightarrow x_{\text{sup}} \cong 54 \text{ cm}$	0,5p	
	Analog, pentru raza inferioară a fascicului incident: $x_{\text{inf}} = R_0 \left(1 - \frac{R_0}{2 R_0^2 - h^2} \right) \Rightarrow x_{\text{inf}} \cong 59 \text{ cm}$	0,5p	
	Dimensiunea maximă a petei de lumină: $\Delta x = x_{\text{inf}} - x_{\text{sup}} \Rightarrow \Delta x \cong 5 \text{ cm}$	0,4p	
A c.	Toate razele fascicului incident vor avea o singură reflexie pe suprafața semisferei dacă raza reflectată BC atinge axa de simetrie în punctul V (vezi figura de la A.b):	0,3p	1p
	$x = R_0 \left(1 - \frac{R}{2 R^2 - H^2} \right)_{\text{sup}}$ $x_{\text{sup}} = 0$	0,3p	
	$H_{\text{max}} = \frac{3}{2} R_0 \Rightarrow H_{\text{max}} \cong 104 \text{ cm}$	0,4p	
B a.	<i>Exemplu de răspuns:</i> Determinarea razelor inelului luminos, R_i, R_e , pentru un set de valori ale distanțelor (x_1, x_2):		5p
			

<p>Unghiul de incidență: $i = 90^\circ - \alpha$ $i = 30^\circ$</p>	0,2p										
<p>Legea refracției la ieșirea din con: $\sin r = n \cdot \sin i \Rightarrow r = 45^\circ$</p>	0,3p										
<p>Unghiul de deviație: $\theta = r - i$ $\theta = 15^\circ$</p>	0,5p										
<p>Lățimea fascicului emergent: $d_1 = d_0 \cos r \Leftrightarrow d_1 = \frac{R_0 \cos r}{\sin \alpha}$</p>	0,5p										
<p>Lățimea fascicului incident pe lentilă: $d_2 = \frac{d_1}{\cos \theta} \Leftrightarrow d_2 = \frac{R_0 \cos r}{\sin \alpha \cdot \cos \theta} \Rightarrow d_2 = 3,38 \text{ cm}$</p>	0,4p										
<p>$y_0 = f \cdot \text{tg} \theta$ $y_2 = x_1 \cdot \text{tg} \theta$ $y_1 = d_2 - x_1 \cdot \text{tg} \theta$</p>	0,6p										
<p>Din $\text{tg} \theta_1 = \frac{y_1 + R_e}{x_2} = \frac{y_1 + y_0}{f} \Rightarrow$ Raza exterioară a inelului: $R_e = \left(x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \text{tg} \theta + \left(\frac{x_2 - f}{f} \right) d_2$</p>	1p										
<p>Din asemănarea triunghiurilor formate de razele dintre lentilă și ecran: $R_e - R_i = \frac{x_2 - f}{f} \Rightarrow$ Raza interioară a inelului: $R_i = \left(x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \text{tg} \theta$</p>	1p										
<p>Pentru $x_2 = 35 \text{ cm}$ se reprezintă grafic razele inelului în funcție de x_1:</p>  <table border="1" data-bbox="263 1377 1117 1881"> <caption>Data points from the graph</caption> <thead> <tr> <th>x_1 (cm)</th> <th>R_i (cm)</th> <th>R_e (cm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>9,50</td> <td>12,00</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>1,50</td> <td>4,00</td> </tr> </tbody> </table>	x_1 (cm)	R_i (cm)	R_e (cm)	0	9,50	12,00	40	1,50	4,00	0,5p	
x_1 (cm)	R_i (cm)	R_e (cm)									
0	9,50	12,00									
40	1,50	4,00									

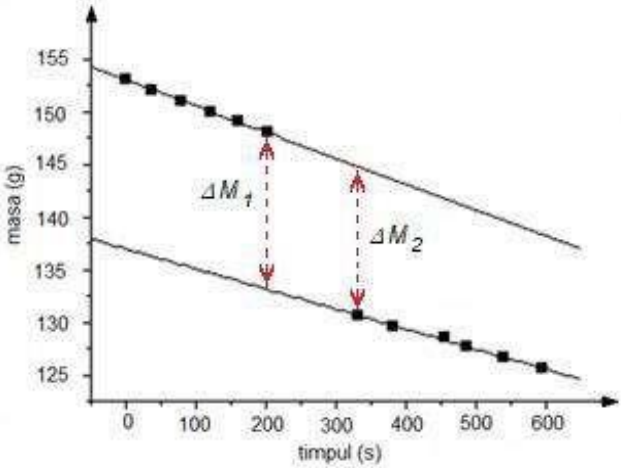
B b.	Pentru $x_1 = 25\text{ cm}$ se reprezintă grafic razele inelului în funcție de x_2 : <ul style="list-style-type: none"> • Pentru $x_2 \in [0, f]$: $\begin{cases} R_i = \left(x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \text{tg}\theta + \left(\frac{x_2}{f} - 1 \right) d \\ R_e = \left(x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \text{tg}\theta \end{cases}$ • Pentru $x_2 \in [f, 2f]$: $\begin{cases} R_i = \left(x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \text{tg}\theta \\ R_e = \left(x_1 + x_2 - \frac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \text{tg}\theta + \left(\frac{x_2}{f} - 1 \right) d \end{cases}$ 	0,5p	1p												
	<table border="1"> <caption>Data points from the graph</caption> <thead> <tr> <th>x_2 (cm)</th> <th>R_i (cm)</th> <th>R_e (cm)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>3,20</td> <td>6,70</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>5,30</td> <td>5,30</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>4,00</td> <td>7,40</td> </tr> </tbody> </table>	x_2 (cm)	R_i (cm)	R_e (cm)	0	3,20	6,70	20	5,30	5,30	40	4,00	7,40	0,5p	
x_2 (cm)	R_i (cm)	R_e (cm)													
0	3,20	6,70													
20	5,30	5,30													
40	4,00	7,40													
TOTAL			10p												

Barem de evaluare și de notare propuse de:
 Prof. dr. DOBROTĂ Costin-Ionuț, Colegiul Național „Dimitrie Cantemir”, Onești

Barem Subiectul II

Nr. item	Subiectul II A	Punctaj
a.	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>$V_{I,1} = V_0/2$ $p_{I,1} = p_1$</p> <p>$V_{I,2} = V_0/4$ $p_{I,2} = 2p_1$</p> <p>$V_{I,3} \approx 0$ $p_{I,3} = 2p_1$</p> <p>$V_{I,4} \approx 0$ $p_{I,4} = 4p_1$</p> </div> <div style="width: 45%; text-align: right;"> <p>$V_{II,1} = V_0/2$ $p_{II,1} = p_1$</p> <p>$V_{II,2} = V_0/4$ $p_{II,2} = 2p_1$</p> <p>$V_{II,3} = V_0/4$ $p_{II,3} = 2p_1$</p> <p>$V_{II,4} = V_0/8$ $p_{II,4} = 4p_1$</p> </div> </div>	1,2p
	Expresia volumului ocupat de azotului gazos în starea inițială $V_{II,1} = \frac{vRT_1}{p_1}$	0,1p
	Expresia volumului ocupat de vaporii de apă din cilindru în starea inițială $V_{I,1} = \frac{vRT_1}{p_1}$	0,1p
	Expresia volumul total ocupat de azotul gazos și de vaporii de apă din cilindru, în starea inițială $V_{I,1} + V_{II,1} = V_0$ $V_0 = 2 \frac{vRT_1}{p_1}$	0,2p
	Schița graficului $p = p(V)$ <div style="text-align: center;"> </div> <p>Parametrii de stare relevanți pentru sistemul analizat $E(p_1, V_0)$, $F(2p_1, \frac{V_0}{2})$, $G(2p_1, \frac{V_0}{4})$, $H(4p_1, \frac{V_0}{8})$</p>	1,4p
b.	<p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p>Într-o primă etapă, deplasarea pistonului determină comprimarea cvasistatică, izotermă atât a azotului gazos din compartimentul al II-lea, cât și a vaporilor de apă din compartimentul I. Aceste două comprimări izoterme se realizează fiecare de la volumul $V_0/2$ și presiunea p_1, la volumul $V_0/4$ și presiunea $2p_1$.</p> <p>Expresia lucrul mecanic total L_1 efectuat de piston în această primă etapă a comprimării</p> $L_{1, \text{ piston}} = -2v \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_0/4}{V_0/2} \right) \quad L_{1, \text{ piston}} = 2v \cdot R \cdot T \cdot \ln 2$	1,0p

	<p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p>În procesul de comprimare cvasistatică, izotermă la temperatura $T_1 = 373K$, atunci când presiunea din compartimentul din stânga devine $p_{l,1} = 2 p_1$ (adică $p_{l,1} = 1 atm$), vaporii de apă încep să se condenseze. Pe parcursul condensării vaporilor de apă, pistonul efectuează lucru mecanic asupra sistemului, determinând o comprimare a sistemului la presiunea constantă $2 p_1$, de la volumul total $\frac{V_0}{4} + \frac{V_0}{4} = \frac{V_0}{2}$ până, respectiv, la volumul total $\frac{V_0}{4}$.</p> <p>Expresia lucrului mecanic efectuat de piston în acest proces</p> $L_{2, piston} = 2 p_1 \cdot \left(\frac{V_0}{2} - \frac{V_0}{4} \right) \quad L_{2, piston} = v \cdot R \cdot T$	1,0p																								
	<p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p>Ultima etapă a comprimării cvasistatice și izoterme determină numai o modificare a presiunii și volumului azotului gazos din compartimentul al II-lea. Acesta evoluează de la volumul $\frac{V_0}{4}$ și presiunea $2 p_1$, respectiv la volumul $\frac{V_0}{8}$ și presiunea $4 p_1$.</p> <p>Expresia lucrului mecanic $L_{3, piston}$ efectuat de piston în acest proces</p> $L_{3, piston} = -v \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_0/8}{V_0/4} \right) \quad L_{3, piston} = v \cdot R \cdot T \cdot \ln 2$	1,0p																								
	<p>Expresia lucrului mecanic total efectuat de piston</p> $L = L_{1, piston} + L_{2, piston} + L_{3, piston} \quad L = v \cdot R \cdot T_1 \cdot (1 + 3 \ln 2)$	0,3p																								
	<p>Valoarea lucrului mecanic total efectuat de piston</p> $L = 9,55 \cdot 10^3 J$	0,2p																								
<p>Nr. item</p>	<p>Subiectul II B</p>	<p>Punctaj</p>																								
<p>a.</p>	<p>Reprezentarea grafică a dependenței $m = m(t)$</p> <p><i>Punctele experimentale se dispun pe două drepte distincte, de pante aproximativ egale.</i></p> <p><i>Saltul apărut între cele două porțiuni ale dependenței $m = m(t)$ apare la introducerea barei de metal în vas.</i></p> <p><i>Vaporizarea unei mase de azot lichid într-un interval scurt de timp se datorează căldurii cedate de bara de metal, care se răcește de la temperatura camerei la temperatura azotului lichid din vas.</i></p>	<table border="1"> <caption>Data points from the graph</caption> <thead> <tr> <th>Time (s)</th> <th>Mass (g)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>155</td></tr> <tr><td>50</td><td>152</td></tr> <tr><td>100</td><td>149</td></tr> <tr><td>150</td><td>146</td></tr> <tr><td>200</td><td>143</td></tr> <tr><td>200</td><td>138</td></tr> <tr><td>300</td><td>132</td></tr> <tr><td>400</td><td>129</td></tr> <tr><td>500</td><td>126</td></tr> <tr><td>600</td><td>123</td></tr> </tbody> </table>	Time (s)	Mass (g)	0	155	50	152	100	149	150	146	200	143	200	138	300	132	400	129	500	126	600	123	1,0p	1,0p
Time (s)	Mass (g)																									
0	155																									
50	152																									
100	149																									
150	146																									
200	143																									
200	138																									
300	132																									
400	129																									
500	126																									
600	123																									

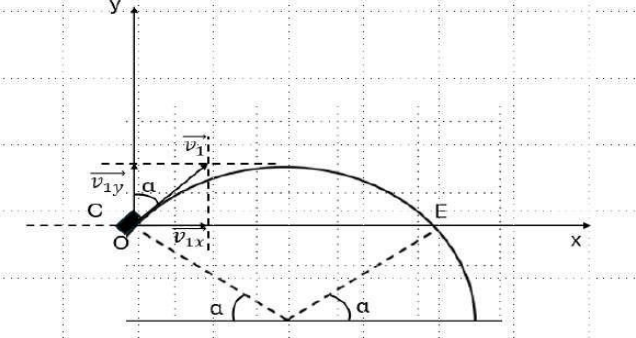
b.	<p>Expresia cantității de căldură primită de masa ΔM de azot, care se vaporizează la introducerea barei de metal în vas</p> $Q_p = \Delta M \cdot \lambda_{\text{vaporizare}}$	0,2p	2,5p
	<p>Estimarea pe baza reprezentării grafice $m = m(t)$ a masei ΔM de azot vaporizată, ca urmare a introducerii barei de metal în vasul cu azot lichid</p>  <p><i>Exemplu de răspuns:</i></p> <p>Primele șase seturi de date experimentale descriu evoluția sistemului în situația în care vasul cu azot lichid - în care nu a fost încă introdusă bara de metal - primește căldură de la mediu, datorită izolației sale termice imperfecte.</p> <p>Temperatura în vas, invariabilă, este tot timpul egală cu temperatura azotului lichid, iar temperatura din exteriorul vasului este temperatura camerei de asemenea constantă. Întrucât proprietățile calorice ale sistemului nu variază semnificativ, viteza de variație a masei de azot este constantă și deci panta locală a dependenței $m = m(t)$ este constantă.</p> <p>Ultimele șase seturi de date experimentale exprimă același tip de evoluție a sistemului pentru care azotul se vaporizează cu viteză constantă, pentru a compensa intrările de căldură datorate imperfecțiunii izolației termice a vasului (care de data aceasta conține și bucata de metal).</p> <p>Din reprezentarea grafică $m = m(t)$ se estimează că $\Delta M_1 \approx 15\text{ g}$ și $\Delta M_2 \approx 14\text{ g}$. Masa de azot vaporizată, ca urmare a introducerii barei de metal în vasul cu azot lichid poate fi aproximată prin $\Delta M = \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2}{2}$</p> $\Delta M \approx 14,5\text{ g}$	0,4p	
	<p>Estimarea ariei suprafeței delimitate de curba dependenței $c = c(T)$, de axa $c=0$ și de ordonatele corespunzătoare temperaturilor $T_{\text{vap}} = 77\text{ K}$ și $T_{\text{aer}} = 300\text{ K}$</p> <p><i>Exemplu de răspuns:</i> $A_{\text{estim}} \approx 155\text{ J/g}$</p>	1,0p	

	<p>Estimarea modului căldurii cedate de bara de metal, prin răcirea de la temperatura aerului din laborator la temperatura de vaporizare a azotului lichid</p> $\frac{ Q_c }{m_{\text{bara}}} = A_{\text{estim}} \quad Q_c = m_{\text{bara}} \cdot A_{\text{estim}}$ $ Q_c \approx (18,8 \text{ g}) \cdot (155 \text{ J/g}) \quad Q_c \approx 2914 \text{ J}$	0,4p	
	$ Q_c = Q_p \quad m_{\text{bara}} \cdot A_{\text{estim}} = \Delta M \cdot \lambda_{\text{vaporizare}}$	0,2	
	<p>Estimarea valorii căldurii latente specifice de vaporizare a azotului</p> $\lambda_{\text{vaporizare}} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$	0,3p	
TOTAL			10p

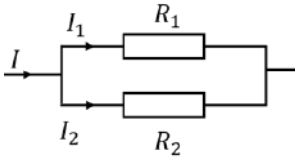
© *Barem de evaluare propus de:*

Prof. Dr. Delia DAVIDESCU

Barem subiectul III		Punctaj
		10 p
A.		5 p
a.		3p
Deoarece dreapta δ este tangentă în punctul C atât la arcul de cerc BC cât și la arcul CD rezultă că punctele O_1, C și O_2 sunt coliniare și că unghiul $\alpha = 30^\circ$.		0,2p
Corpul cu masa m se poate desprinde de traseu numai după trecerea prin punctul C.		0,3p
Fie poziția intermediară corespunzătoare unghiului β .		0,3p
În acest caz: $F_{cp} = G_n - N$		
$\frac{mv^2}{R} = mg \sin \beta - N$		0,5p
Condiția de desprindere este: $N \leq 0$ deci, la limită $\frac{mv^2}{R} = mg \sin \beta$.		0,5p
Înălțimea de la care trebuie eliberat corpul pentru a se desprinde în această poziție este dată de relația:		0,5p
$mgh = \frac{mv^2}{2} + mgR \sin \beta$		
Rezultă că $h = \frac{3R}{2} \sin \beta$.		0,2p

<p>Înălțimea de la care este eliberat corpul este minimă atunci când $\sin\beta$ este minim, deci când $\beta = \alpha$.</p>	0,3p	
$h_{min} = \frac{3R}{4}$	0,2p	
<p><i>Soluție alternativă pentru justificarea desprinderii în punctul C:</i></p> <p>Condiția de desprindere se găsește din relația:</p> $\frac{mv^2}{R} - mg\sin\beta = N$ <p>punând condiția $N = 0$. Este evident că în punctul C viteza este maximă iar unghiul β este minim, deci desprinderea va avea loc în punctul C.</p>		
<p>b)</p>		2p
		
<p>Corpul se desprinde de semicilindru în punctul C și îl lovește din nou în punctul E care se află la aceeași înălțime.</p> <p>Legea de mișcare pe verticală:</p> $0 = v_1 t \cos\alpha - \frac{1}{2} g t^2$	0,2p	
<p>Iar pe orizontală:</p> $2R \cos\alpha = v_1 t \sin\alpha$	0,2p	
<p>Din prima ecuație găsim timpul de zbor este: $t = \frac{2v_1 \cos\alpha}{g}$</p>	0,2p	
<p>Înlocuind în a doua ecuație se obține: $v_1^2 = \frac{Rg}{\sin\alpha}$</p>	0,5p	
<p>Din legea de conservare a energiei se obține:</p> $mgh_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgR\sin\alpha$	0,6p	
$h_1 = \frac{3R}{2}$	0,3p	

B.		4p
a.		3,5p
$Q_{1-2} = \nu(C_v + \frac{R}{2})(T_2 - T_1) > 0$	0,4p	
$Q_{2-3} = \nu C_v(T_3 - T_2) > 0$	0,2p	
$Q_{3-4} = \nu(C_v + \frac{R}{2})(T_4 - T_3) < 0$	0,4p	
$Q_{4-1} = \nu C_v(T_1 - T_4) < 0$	0,2p	
$Q_{cedat} = Q_{3-4} + Q_{4-1}$	0,3p	
$Q_{cedat} = -\frac{17\nu RT_1}{2}$	0,5p	
$Q_{primit} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$	0,3p	
$Q_{primit} = 8\nu RT_1$	0,5p	
$\varepsilon = \frac{ Q_{cedat} }{ L } = \frac{ Q_{cedat} }{ Q_{cedat} - Q_{primit}}$	0,5p	
Valoarea eficienței pompei de căldură este: $\varepsilon = 17$	0,2p	
b.		0,5p
$ L = \frac{ Q_{cedat} }{\varepsilon}$	0,3p	
$L = -20 \text{ kJ}$	0,2p	

C.		1p
		
$P = P_1 + P_2$ $P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$	0,2p	
$I = I_1 + I_2$ $P = I_2^2 (R_1 + R_2) - 2I I_2 R_1 + I_1^2 R_1$ <p><i>Soluție posibilă:</i></p> <p>Ne propunem să găsim valoarea intensității curentului I_2 pentru care în sistem este disipată puterea P.</p> <p>Se obține ecuația: $(R_1 + R_2)I_2^2 - 2I I_2 R_1 + I_1^2 R_1 - P = 0$</p> <p>Din condiția de existență a soluțiilor reale:</p> $(2I R_1)^2 - 4(I_1^2 R_1 - P)(R_1 + R_2) \geq 0$ <p>Se obține: $P_{\min} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I^2$</p> <p>Notă: Se punctează orice soluție care impune condiția de minim pentru puterea disipată pe gruparea de rezistoare.</p>	0,5p	
<p>Acestei valori a puterii îi corespund curenții:</p> $I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \text{ și } I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ <p>Rezultă că: $I_1 R_1 = I_2 R_2$, în conformitate cu legea a doua a lui Kirchhoff.</p>	0,3p	

Barem propus de:

Prof. PAVĂL Cristina, Colegiul Național „Sfântul Sava”, București
 Prof. SOLSCHI Viorel, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare

Clasa a XI-a Subiect

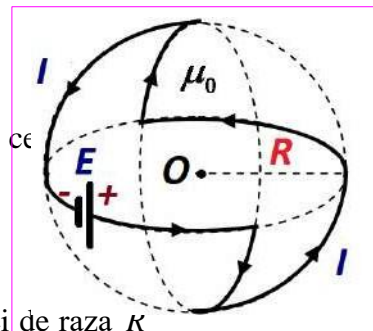
Subiectul I. Electromagnetismul ... și geometria sferică (10 puncte)

I A. – Inducția magnetică ... în centrul unei "sfere"

...

(3 puncte)

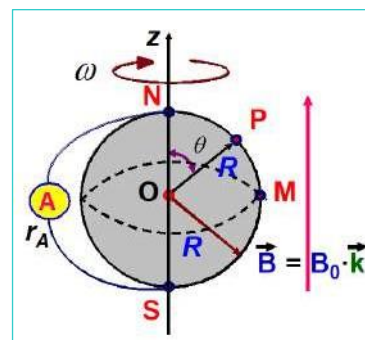
Dintr-un fir conductor se confecționează un contur sferic de forma indicată în figura alăturată, în care avem 6 arce de cerc identice, fiecare având raza egală cu R , unghiurile la centrul sferei ale acestor arce de cerc sunt egale cu 90° . Acest conductor de forma indicată este parcurs de un curent electric continuu având intensitatea egală cu I , datorat bateriei electrice. Calculați modulul vectorului inducție magnetică în centrul O al sferei de raza R produsă de acest curent de intensitate I , care parcurge conductorul pliat pe sferă. Se cunosc mărimile fizice R , I și permeabilitatea magnetică μ_0 a vidului, mediul în care se află conductorul respectiv.



I B. ... Sferă rotitoare în câmp magnetic (7 puncte)

O sferă conductoare subțire cu raza R se rotește cu viteză unghiulară constantă ω în jurul diametrului aflat pe axa Oz . Sfera este plasată într-un câmp magnetic uniform de inducție magnetică $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{k}$, unde \vec{k} este versorul axei Oz , iar $B_0 = |\vec{B}|$. Pe suprafața

exterioară a sferei considerăm patru puncte N , S , M și P așa cum se arată în figura alăturată (mai precis S și N sunt poli sferei, M un punct oarecare de pe ecuatorul sferei conductoare, iar P un punct oarecare de latitudine $\pi/2 - \theta$ (unghiul θ este unghiul făcut de razele OP și ON , în figură). Un ampermetru (real) cu rezistența internă r_A poate fi conectat prin intermediul a două perii conductoare la oricare două puncte de pe suprafața sferei.



1. Demonstrați că tensiunea electromotoare (t.e.m.) infinitezimală de , indusă într-un conductor de lungime infinitezimală dl , are expresia:

$$de = dl \cdot (\vec{v} \times \vec{B}), \text{ unde } dl \text{ este vectorul de m\u0103rime } dl \text{ cu sensul dat de sensul conven\u021bional al curentului}$$

indus care trece prin dl , \vec{v} este viteza conductorului, iar \vec{B} este inducția câmpului magnetic uniform în care se deplasează dl . Explicați apariția t.e.m. între 2 puncte colectoare aflate pe suprafața sferei.

2. Pentru a obține t.e.m. indusă e_{AB} între capetele A și B ale unui conductor, valoarea infinitezimală de ,

definită la punctul 1., se *integrează* (vezi indicația) pe porțiunea de conductor respectivă. Formal, operația

$$\int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{l}$$

de integrare a tensiunii *de* între capetele **A** și **B** ale conductorului se scrie

e

$$= \int \vec{v} \cdot d\vec{l} =$$

$$\int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{l}$$

).

Considerând această expresie, găsiți care este indicația ampermetrului dacă acesta este conectat: **a)** între punctele **N** și **P**; **b)** între punctele **N** și **M**; **c)** între punctele **N** și **S**; **d)** identificați un alt fenomen care duce la apariția t.e.m. între 2 puncte colectoare aflate pe suprafața sferei aflată în rotație chiar și în absența câmpului magnetic.

Indicație: În general, pentru o funcție $f(x)$ continuă pe un interval real închis $[a, b]$, relația dintre aria cuprinsă între abscisă și funcția $f(x)$ pe intervalul $[a, b]$ este $F(b) - F(a)$, unde $f(x) = dF(x)/dx$; aria $F(b) - F(a)$ este suma algebrică a ariilor: aria de deasupra axei este pozitivă, iar aria de sub abscisă este negativă. Formal se scrie

$F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$. În problemă, funcția a cărei derivată în raport cu unghiul θ este $\sin\theta \cos\theta$ este funcția $2^{-1} \sin^2 \theta$.

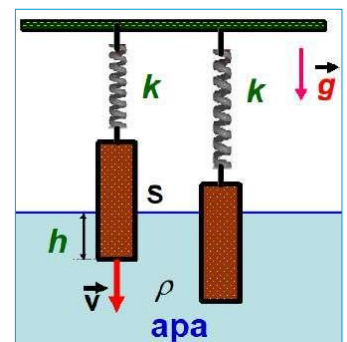
Subiectul II. Oscilații diverse

...

(10 puncte)

II A. – Cilindru oscilant ... (4 puncte)

Un corp cilindric cu masa m și aria secțiunii transversale S , suspendat de un resort elastic cu constanta elastică k și introdus parțial în apă pe o porțiune de lungime h , se află în echilibru, așa cum se sugerează în desenul alăturat. Se consideră apa ca fiind un fluid ideal (fără vâscozitate) și



valorile numerice: $m = 20 \text{ g}$, $k = 1 \text{ N/m}$, $S = 1 \text{ cm}^2$, accelerația gravitațională $g = 10 \text{ m/s}^2$, densitatea apei $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

a) Calculează lungimea porțiunii h din cilindru scufundat în apă în poziția de echilibru, în acest caz alungirea resortului elastic fiind $y_0 = 10 \text{ cm}$.

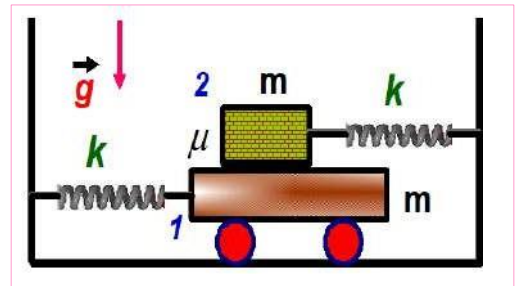
b) Se imprimă cilindrilor un impuls pe verticală, în jos, acesta părăsind poziția de echilibru cu viteza $v = 0,5 \text{ m/s}$. Considerând că oscilația

rezultată este liniar armonică, calculează amplitudinea și pulsația mișcării.

c) Calculează viteza corpului după un interval de timp $t = \pi/10 \text{ s}$, cronometrat din momentul aplicării impulsului.

II B. – Moduri de oscilație ... (6 puncte)

Două corpuri cu mase egale m sunt fixate fiecare cu un resort de constantă de elasticitate k de suporturi opuse și fixe, ca în desenul alăturat. Ambele resorturi au alungirile în limita legii Hooke. Corpul 1 se deplasează fără frecare pe planul orizontal, iar între cele două corpuri există o forță de frecare proporțională cu viteza lor relativă v , de forma $-bmv$, cu b o constantă pozitivă.



a) Considerând că cele două corpuri sunt permanent în contact, scrieți ecuațiile lor de mișcare în funcție de deformările $x_1(t)$, $x_2(t)$ ale resorturilor, față de pozițiile lor de echilibru (în care resorturile sunt nedeformate); t este notația pentru variabila timp.

b) Găsiți frecvențele cu care pot oscila corpurile în funcție de m , k și b pentru cazul în care pulsația $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$, cu $\omega_0^2 = k/m$, este un număr real pozitiv (cazul oscilațiilor slab amortizate). Se cunoaște că soluția unei ecuații cu derivate de tipul $x'' + 2bx' + \omega^2 x = 0$ (cu coeficienți constanți) este

de forma $x(t) = Ae^{-bt} \cos(\omega't + \alpha)$, unde A și α sunt numere reale care se pot determina din condițiile inițiale: $x(0) = x_0$ și $x'(0) = v_0$; pentru o funcție $f(t)$ derivatele funcției în raport cu timpul t se notează

$$f' = \frac{df}{dt} \quad \text{și} \quad f'' = \frac{d}{dt} \left(\frac{df}{dt} \right)$$

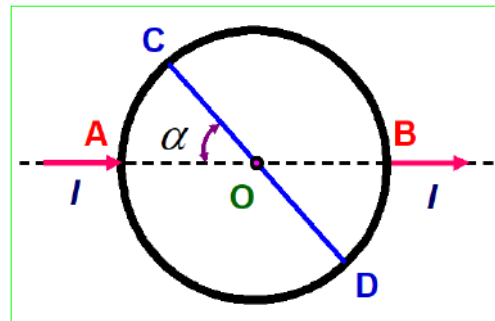
c) Precizați condițiile în care ambele corpuri oscilează cu aceeași frecvență și scrieți legile de mișcare $x_1(t)$, $x_2(t)$ ale celor două corpuri în aceste cazuri.

Subiectul III. Curent alternativ sinusoidal

...

(10 puncte)

Un circuit de curent alternativ sinusoidal este format dintr-o spiră (vezi figura alăturată) de rază R și un conductor ideal CD aflat în permanență în contact cu spira și care trece prin centrul spirei. Unitatea de lungime a spirei este caracterizată de rezistența r_0 și inductanța L_0 . Tensiunea aplicată la bornele AB are valoarea efectivă



U și frecvența ν . Aplicație numerică: $R = 1 \text{ m}$, $r_0 = 1 \Omega/\text{m}$,

$L_0 = 10^{-2}/\pi \text{ H/m}$, valoarea efectivă a tensiunii $U = 10 \text{ V}$, $\nu = 50 \text{ Hz}$,

$\alpha = \pi/4$.

- Reprezentați schema echivalentă a circuitului, determinați expresiile impedanțelor din circuit și calculați valorile lor numerice;
- Determinați impedanța echivalentă Z a circuitului și defazajul ϕ tensiune-curent prin sursă. Calculați valorile numerice ale mărimilor Z și ϕ ;
- Determinați puterea instantanee p considerând tensiunea aplicată de forma $u = \sqrt{2}U \cos \omega t$, unde ω este pulsația. Calculați valoarea numerică a puterii instantanee la momentul $t = 10^{-2} \text{ s}$.

Subiecte propuse de:

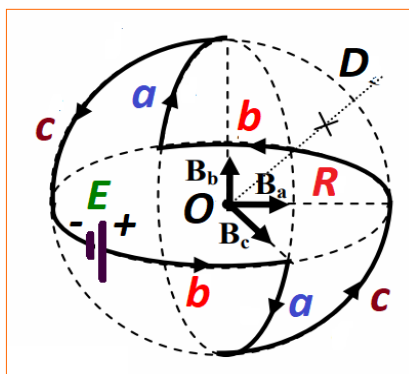
prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU, Centrul Județean de Excelență, Brașov;

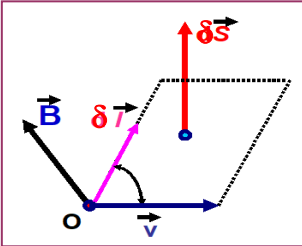
prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu;

prof. Florin MORARU, Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” din Brăila;

Coordonator: Conf. univ. dr. Tiberius O. CHECHE, Facultatea de Fizică, Universitatea din București.

Clasa a XI-a - Barem de evaluare și notare	Parțial	Punctaj
Barem subiectul I : <i>Electromagnetismul ... și geometria sferică</i>		10 p
I A. – <i>Inducția magnetică ... în centrul unei "sfere" ...</i>		3 p
<p>Se știe că o spiră circulară parcursă de curentul staționar I creează un câmp magnetic de inducție \vec{B} cu mărimea $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ în centrul spirei; direcția și sensul vectorului \vec{B} sunt date de regula burghiului drept. În cazul nostru sunt trei jumătăți de spire (fiecare compusă din două sferturi de spiră), caz în care mărimea câmpului magnetic produs de fiecare jumătate de spiră în centrul sferei are valoarea $B = \frac{\mu_0 I}{4R}$.</p> <p>În figura alăturată se prezintă câmpul magnetic de inducție \vec{B}_a, creat împreună de cele două arce „a”, precum și câmpurile magnetice de inducție \vec{B}_b și \vec{B}_c create de arcele „b” și respectiv „c”. Vectorii inducție magnetică sunt reciproc perpendicularari.</p> <p>Câmpul magnetic total \vec{B}, va avea valoarea $B = \sqrt{B_a^2 + B_b^2 + B_c^2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4R} \cdot \sqrt{3}$ și va fi direcționat pe linia punctată OD (din desen), aflată pe diagonala mare a cubului format de vectorii \vec{B}_a, \vec{B}_b și \vec{B}_c.</p>	<p>0,80 p</p> <p>0,60 p</p> <p>0,60 p</p> <p>1 p</p>	3 p
I B. ... <i>Sferă rotitoare în câmp magnetic</i>		7 p



<p>1. Conform legii inducției electromagnetice a lui Faraday:</p> $\delta e = -\vec{B} \cdot \frac{\delta \vec{S}}{\delta t} = -\vec{B} \cdot \frac{\vec{v} \delta t \times \delta \vec{l}}{\delta t} = \vec{B} \cdot (\delta \vec{l} \times \vec{v}) = \delta \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ <p>Două puncte de contact A și B aflate pe un meridian delimitează pe sferă un arc de cerc conductor. Acest arc conductor și restul de arc conductor care completează meridianul pe care află A și B generează prin rotație o suprafață prin care variază câmpul magnetic. Astfel apare t.e.m indusă între A și B. Valoarea acesteia se obține însumând contribuțiile infinitezimale de între A și B. Cele 2 puncte pot fi alese în orice poziții pe suprafața sferei.</p> 	<p>3 p</p> <p>1 p</p>	<p>7 p</p>
<p>2.a) Tensiunea dintre un polul N al sferei conductoare și M este: $e_{NM} = \frac{B_0 \cdot \omega \cdot R^2}{2}$. Intensitatea curentului electric indicată de ampermetru cu rezistența internă r_A legat între N și M este: $I_{NM} = \frac{B_0 \cdot \omega \cdot R^2}{2r_A}$.</p> <p>b) Tensiunea dintre polii sferei conductoare: $e_{NS} = 0$, deoarece $\theta = \pi = 180^\circ$, deci intensitatea curentului indicat de ampermetru este nulă ($I_{NS} = 0$).</p>	<p>1 p</p> <p>1 p</p>	
<p>3. Datorita rotației, electronii vor fi accelerați în sistemul de referință neinertial al sferei în rotație. Aceștia vor fi acumulați într-o fâșie centrată pe ecuator. Astfel o t.e.m. va fi colectată între 2 puncte aflate la latitudini diferite.</p>	<p>1 p</p>	

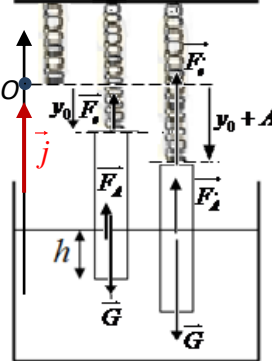
Bareme propuse de:

prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU, Centrul Județean de Excelență, Brașov ;

prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu;

prof. Florin MORARU, Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” din Brăila;

Coordonator: Conf. univ. dr. Tiberius O. CHECHE, Facultatea de Fizică, Universitatea din București.

		Parțial	Punctaj	
Barem subiectul II : Oscilații diverse ...			10 p	
II A. – Cilindru oscilant ...			4 p	
A	<p>a. La echilibru</p> $m \cdot g = F_A + F_e$ $m \cdot g = k \cdot y_0 + \rho \cdot g \cdot S \cdot h$ $h = \frac{m \cdot g - k \cdot y_0}{\rho \cdot g \cdot S}$ $h = \frac{0,02 \cdot 10 - 1 \cdot 0,1}{1000 \cdot 10^{-4} \cdot 10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$		<p>0,20p</p> <p>0,40p</p> <p>0,20p</p> <p>0,20p</p>	1 p
	<p>b.</p> <p>Teorema de variație a energiei cinetice starea inițială fiind cea când cilindrul pleacă din starea de echilibru cu viteza v și starea finală când cilindrul se oprește după parcurgerea distanței A</p> $\Delta E_C = L_G + L_{F_e} + L_{F_A}$ $\Delta E_C = -\frac{mv^2}{2}$ $L_G = -\Delta U_G = -[-mg(y_0 + A) - (-mgy_0)] = mgA$ $L_{F_e} = -\Delta U_e = -\left[\frac{k}{2}(y_0 + A)^2 - \frac{k}{2}y_0^2\right]$ $L_{F_A} = \int \vec{F}_A \cdot \vec{dy} = \int F_A dy \cdot \cos \pi = -\int F_A dy$ $F_A(y) = \rho Sg \cdot y$ $L_{F_A} = -\int_h^{h+A} \rho Sg \cdot y dy = -\rho Sg \left[\frac{(h+A)^2}{2} - \frac{h^2}{2}\right]$ $L_{F_A} = -\frac{\rho Sg}{2} [(h+A) - h][(h+A) + h] = -\rho Sg \frac{A^2}{2} - \rho Sgh$ $-\frac{mv^2}{2} = mgA - \left[\frac{k}{2}(y_0 + A)^2 - \frac{k}{2}y_0^2\right] - \rho Sg \frac{A^2}{2} - \rho Sgh$ $-\frac{mv^2}{2} = mgA - \rho Sg \frac{A^2}{2} - \rho Sgh - \left[\frac{k}{2}(y_0 + A)^2 - \frac{k}{2}y_0^2\right]$	<p>0,20p</p> <p>0,40p</p> <p>0,60p</p>	2 p	

$mv^2 = (k + \rho Sg) A^2 + 2A(ky_0 + \rho Sg - mg)$	0,40p	
$(ky_0 + \rho Sgy_0 - m \cdot g) = 0$		
$mv^2 = (k + \rho Sg) A^2$	0,40p	
$A = \sqrt{\frac{mv^2}{k + \rho Sg}}$		
$A = 0,05 \text{ m}$		
c. $m\ddot{y} = m\vec{g} + \vec{F}_e + \vec{F}_A$ unde $\vec{y} = -(y_0 + x) \cdot \vec{j}$	0,20p	1 p
$\vec{F}_e = k(y_0 + x) \cdot \vec{j}$		
$\vec{F}_A = \rho Sg(h + x) \cdot \vec{j}$		
$-m\ddot{x} = k(y_0 + x) - mg + \rho Sg(h + x)$		
$m\ddot{x} + kx + \rho Sgx + ky_0 + \rho Sgh - mg = 0$	0,20p	
$ky_0 + \rho Sgh - mg = 0$		
$m\ddot{x} + kx + \rho Sgx = 0$		
$\ddot{x} + \frac{(k + \rho Sg)}{m} \cdot x = 0$	0,20p	
$\omega = \sqrt{\frac{k + \rho \cdot S \cdot g}{m}}$		
$\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$		
Legea de mișcare $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$	0,20p	
Din condițiile inițiale $x(0) = 0 \Rightarrow x(0) = A \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ $\dot{x}(0) = -v = -\omega A \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow v = \omega A$		
$x(t) = \frac{v}{\omega} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{v}{\omega} \sin \omega t$		
$v(t) = \dot{x}(t) = -v \cos \omega t$		

<p>La momentul $t = \pi/10$ s $v = -0,5 \cdot \cos(10 \cdot \pi/10)$ m/s $v = 0,5$ m/s și corpul se află în urcare.</p>	0,20p	
--	--------------	--

II B. – Moduri de oscilație ...		6 p
--	--	------------

<p>a) Ecuțiile de mișcare:</p> $m\ddot{x}_1 = -kx_1 + bm(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \text{ si } \ddot{x}_1 - b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \omega_0^2 x_1 = 0$ $m\ddot{x}_2 = -kx_2 - bm(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \text{ si } \ddot{x}_2 + b(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \omega_0^2 x_2 = 0$	1 p	
<p>b) Adunăm ecuațiile și obținem:</p> $\frac{d^2(x_1 + x_2)}{dt^2} + \omega_0^2(x_1 + x_2) = 0 \text{ sau}$ $\ddot{q}_1 + \omega_0^2 q_1 = 0, \text{ unde } q_1 = x_1 + x_2,$ <p>o ecuație de oscilator liniar armonic cu soluție de forma $q_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1)$</p> <p>.</p>	0.75 p	
<p>Scădem ecuațiile și obținem:</p> $\frac{d^2(x_2 - x_1)}{dt^2} + 2b \frac{d(x_2 - x_1)}{dt} + \omega_0^2(x_2 - x_1) = 0 \text{ sau}$ $\ddot{q}_2 + 2b\dot{q}_2 + \omega_0^2 q_2 = 0, \text{ unde } q_2 = x_2 - x_1,$ <p>care are soluția</p> $q_2 = A_2 e^{-bt} \cos(\omega' t + \alpha_2), \text{ cu } \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}.$	0.75 p	
<p>Deci</p> $x_1(t) = \frac{q_1 - q_2}{2} = \frac{1}{2} [A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1) - A_2 e^{-bt} \cos(\omega' t + \alpha_2)]$ $x_2(t) = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{1}{2} [A_1 \cos(\omega_0 t + \alpha_1) + A_2 e^{-bt} \cos(\omega' t + \alpha_2)]$	0.5 p	

	<p>și corpurile pot oscila astfel încât oscilațiile lor sunt combinații liniare de oscilații care au frecvențele ω_0 și ω'.</p>		
	<p>c) Pentru $x_1(0) = x_2(0) = A > 0$ (un resort întins, celălalt comprimat) și $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$ (corpurile au viteză (relativă) nulă) se obține un sistem de patru ecuații cu soluția $A_1 = 2A, \alpha_1 = 0, A_2 = 0$. Corpurile oscilează în fază, <i>fără amortizare</i>, după legea:</p> $x_1(t) = x_2(t) = A \cos(\omega_0 t).$ <p>Pentru $x_1(0) = -x_2(0) = A > 0$ (ambele resorturi comprimate sau alungite) și $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$ (corpurile au viteză (relativă) nulă) se obține un sistem de patru ecuații. Soluția sistemului este $A_1 = 0, \alpha_2 = \arctg(-b/\omega'), 2A = -A_2 \cos \alpha_2$. Dacă $\alpha_2 \in (\pi/2, \pi)$, atunci $A_2 = 2A \omega_0 / \omega' > 0$ și corpurile oscilează în antifază, <i>cu amortizare</i>, după legea:</p> $x_1(t) = -x_2(t) = -\frac{A \omega_0 e^{-bt}}{\omega'} \cos[\omega' t + \alpha_2].$	<p>1.5 p</p> <p>1.5 p</p>	

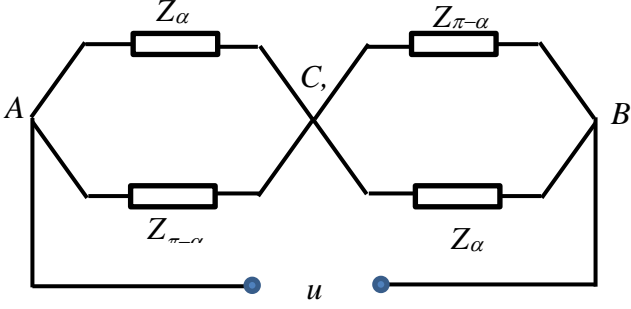
Bareme propuse de:

prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU, Centrul Județean de Excelență, Brașov ;

prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu;

prof. Florin MORARU, Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” din Brăila;

Coordonator: Conf. univ. dr. Tiberius O. CHECHE, Facultatea de Fizică, Universitatea din București.

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul III : <i>Circuit de curent alternativ sinusoidal</i>		10 p
<p>a) Schema echivalentă:</p>  <p>Pentru fiecare arc de cerc α și $\pi - \alpha$, impedanțele complexe sunt:</p> $\bar{Z}_\alpha = R\alpha r_0 + j\omega R\alpha L_0 = R\alpha(r_0 + j\omega L_0)$ $Z_\alpha = \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \Omega$ $\bar{Z}_{\pi-\alpha} = R(\pi-\alpha)r_0 + j\omega R(\pi-\alpha)L_0 = R(\pi-\alpha)(r_0 + j\omega L_0)$ $Z_{\pi-\alpha} = \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \Omega$	1 p 1 p 1 p	10 p
<p>b) Circuitul este echivalent cu două impedanțe \bar{Z}_p identice, legate în serie. \bar{Z}_p este echivalent cu impedanțele \bar{Z}_α și $\bar{Z}_{\pi-\alpha}$ legate în paralel. Obținem:</p> $\bar{Z} = 2\bar{Z}_p = 2 \frac{\bar{Z}_\alpha \bar{Z}_{\pi-\alpha}}{\bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_{\pi-\alpha}} = 2 \frac{R\alpha(\pi-\alpha)}{\underbrace{\pi}_A} (r_0 + j\omega L_0)$ $= A(r_0 + j\omega L_0) = A\sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2} e^{j\varphi}$ <p>cu $\text{tg } \varphi = \frac{\omega L_0}{r_0}$</p> <p>Impedanța reală</p> $Z = A\sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2} = 2 \frac{R\alpha(\pi-\alpha)}{\pi} \sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2} = \frac{3\pi}{8} \sqrt{2} \Omega$ <p>și defazajul</p> $\text{tg } \varphi = \frac{\omega L_0}{r_0} = 1 \quad \varphi = \pi/4$	0.5 p 1 p 0,50 p 1 p 1 p	
<p>c)</p> $\bar{u} = \sqrt{2} U e^{j\omega t}$	0.5 p	

$\bar{i} = \frac{\bar{u}}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{2}Ue^{j\omega t}}{A\sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2}e^{j\varphi}} = \frac{\sqrt{2}U}{A\sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2}}e^{j(\omega t - \varphi)}$	
$p = ui = 2UI \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi)$	
$p = \frac{2U^2}{A\sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2}} \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi)$	
$p = \frac{2U^2}{A\sqrt{r_0^2 + \omega^2 L_0^2}} \cos \omega t (\cos \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \sin \varphi)$	
$\xrightarrow{t=1/100s} \frac{800}{3\pi} \text{ W}$		

Bareme propuse de:

prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU, Centrul Județean de Excelență, Brașov ;

prof. Dumitru ANTONIE, Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu;

prof. Florin MORARU, Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” din Brăila;

Coordonator: Conf. univ. dr. Tiberius O. CHECHE, Facultatea de Fizică, Universitatea din București.

Clasa a XII-a Subiect

Subiectul I: „Interferența luminii”

(10 puncte)

A. (7,0p) Două surse luminoase punctiforme S_1 și S_2 , coerente între ele, sunt situate în aer la distanța $a = 1,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ una față de cealaltă și emit lumină monocromatică cu aceeași lungime de undă $\lambda = 550 \text{ nm}$. Undele electromagnetice care provin de la aceste surse sunt polarizate liniar după o aceeași direcție și sunt descrise de ecuațiile $E_1 = \frac{E_0}{r_1} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right)$ și $E_2 = \frac{E_0}{r_2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right)$, respectiv amplitudinea fiecărei unde scade odată cu creșterea distanței r_1 , respectiv r_2 , față de fiecare sursă. Rezultatul interferenței radiațiilor luminoase ce provin de la aceste surse este analizat pe semiaxa Ox , perpendiculară pe dreapta S_1S_2 care unește sursele și are originea în sursa S_1 .

- a) (2,0p)** Determinați expresia matematică $x = f(a, \lambda)$ a coordonatei maximelor luminoase de pe semiaxa Ox și explicați, pe baza relației obținute, dacă aceste maxime luminoase sunt sau nu sunt echidistante.
- b) (1,0p)** Determinați numărul de maxime luminoase care se formează pe semiaxa Ox .
- c) (1,0p)** Calculați coordonata celui mai apropiat maxim luminos față de origine și coordonata celui mai îndepărtat maxim luminos față de origine.
- d) (3,0p)** Calculați raportul dintre intensitatea luminoasă a celui mai apropiat maxim de pe semiaxa Ox față de originea O și intensitatea luminoasă a maximumului imediat următor.

B. (3,0p) Un dispozitiv interferențial Young are distanța dintre fante $a = 1,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, iar sursa de lumină are forma unui segment liniar, cu lungimea $b = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, așezat paralel cu planul fantelor și perpendicular pe fante. Mijlocul segmentului luminos se află pe axa de simetrie a dispozitivului. Această sursă emite lumină monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 550 \text{ nm}$. Rezultatul interferenței este analizat pe un ecran așezat paralel cu planul fantelor și la distanța D față de acesta. Dacă sursa de lumină este situată prea aproape de planul fantelor atunci figura de interferență de pe ecran devine neclară. Determinați distanța limită d dintre planul fantelor și sursa de lumină, pentru care figura de interferență devine neclară pe ecran.

Subiectul II: „Ciocniri interatomice”

Un fascicul unidirecțional de ioni monoenergetici de He^+ ciocnește atomii de H situați într-o incintă în echilibru termodinamic la temperatura $T = 1000 \text{ K}$. Se cunosc valorile pentru energia de ionizare a atomului de H ($E_{ion} = 13,6 \text{ eV}$), masa ionului de He^+ ($m_1 = 4 \text{ u}$), masa atomului de H ($m_2 = 1 \text{ u}$), viteza luminii în vid $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $1 \text{ u} \cdot c^2 = 931,5 \text{ MeV}$, constanta lui Boltzmann $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, constanta lui Rydberg $R = 1,0973 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.

- a) (3,0p)** Determinați valoarea energiei cinetice minime E_0 (în eV) a ionilor de He^+ , capabili să producă ionizarea atomilor de H (considerați în repaus) pe care îi ciocnesc, precum și vitezele particulelor înainte și după ciocnire, argumentând aproximația clasică nerelativistă utilizată în rezolvare; producă ionizarea atomilor de H (considerați în repaus) pe care îi ciocnesc, precum și vitezele particulelor înainte și după ciocnire, argumentând aproximația clasică nerelativistă utilizată în rezolvare;
- b) (2,0p)** Calculați viteza minimă de deplasare a ionilor de He^+ orientată pe direcția incintei cu atomi de H , astfel încât radiația emisă de ionul de He^+ prin tranziția între nivelurile cu numerele cuantice $n_1 = 4$ și $n_2 = 3$ să poată excita atomul de H (considerat în repaus);
- c) (3,0p)** Estimați ordinul de mărime al lărgimii liniei spectrale emise de atomii de H , corespunzătoare lungimii de undă maxime din seria Lyman produsă prin efect Doppler termic. Comparați cu lărgimea naturală

a linii spectrale respective, al cărei timp mediu de viață al stării excitate este $\tau \approx 10^{-8}$ s;

d) (2,0p) Se analizează linia spectrală emisă de fasciculul monoenergetic de ioni He^+ pe direcția mișcării, rezultat al tranziției dintr-o stare excitată în starea fundamentală. Dacă intensitatea liniei spectrale se micșorează de $n = 25$ de ori după parcurgerea unei distanțe $d = 4$ mm cu viteza $v = 720$ m/s, calculați timpul mediu de viață al stării excitate.

Subiectul III: „Dezintegrarea Pionului”

(10 puncte)

Corespunzător momentului când prin originea O a unui sistem inerțial fix, R , în care se află observatorul O , trece originea O' a unui sistem inerțial mobil, R' , aflat în mișcare rectilinie și uniformă, cu viteza \vec{u} , față de sistemul R , în care se află observatorul O' , așa cum indică desenul din figura 1, cei doi observatori, O și O' , și-au sincronizat ceasornicele proprii, astfel încât indicațiile acestora să fie $t = t' = 0$.

Să considerăm acum că, la momentul $t > 0$, indicat de ceasornicul observatorului O , din sistemul R , în punctul $A(0; -a; 0)$, aparținând sistemului inerțial fix, R , s-a produs un eveniment, E , constând în dezintegrarea unui particule PION, din care a rezultat un MIUON și un NEUTRIN, acesta din urmă, NEUTRINUL, fiind emis de-a lungul axei OY , în sensul pozitiv al acesteia, cu viteza $\vec{v}_y = \vec{v}$, pentru care $v_y = v = c$, raportată la sistemul inerțial fix, R , așa cum indică desenul din figura 1.

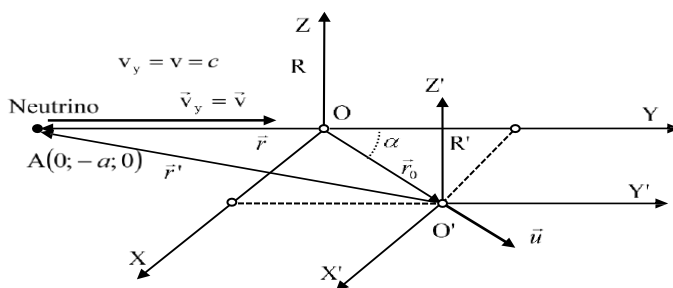


Fig. 1

Fiecare dintre cei doi observatori, O și respectiv O' , raportează același eveniment, E , la sistemul său de referință, R și respectiv R' , ca producându-se la momente diferite, t și respectiv t' , și pe care ei îl localizează, fiecare în sistemul său de referință, cu vectorii de poziție diferiți, \vec{r} și respectiv \vec{r}' .

a) (4,0p) Să se determine coordonatele $(x'; y'; z'; t')$ ale producerii evenimentului E , reprezentat de dezintegrarea PIONULUI, raportate la sistemul inerțial R' , știind că planul axelor $(O'X'; O'Y')$ este același cu planul axelor $(OX; OY)$ și că $O'X' // OX$, $O'Y' // OY$, $O'Z' // OZ$.

Se cunosc elementele constante ale vectorului \vec{u} , (modul, u , și orientare, α), aflat în planul XOY , reprezentând viteza sistemului inerțial mobil, R' , în raport cu sistemul inerțial fix, R .

Se cunoaște forma vectorială a transformărilor Lorentz, exprimate prin relațiile:

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right]; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = \frac{u}{c};$$

$$t' = \Gamma \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right),$$

unde \vec{r} și respectiv \vec{r}' sunt vectorii de poziție ai punctului unde s-a produs un eveniment, E , în raport cu

observatorul O din sistemul R și respectiv în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial R'.

b) (3,0p) Să se determine componentele $(v'_x; v'_y; v'_z)$ ale vitezei NEUTRINULUI, \vec{v}' , în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial R'.

c) (3,0p) Să se determine elementele vectorului \vec{v}' , modulul (v') , și orientarea (θ') , și să se interpreteze rezultatul referitor la modulul acestuia, v' , încadrându-l în principiile Teoriei Relativității Restrânse.

Subiecte propuse de:

prof. **Florin Butușină** – Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei

prof. **Cristian Miu** – Inspectoratul Școlar Județean Olt, Slatina

prof. **Mihail Sandu** – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

coordonator: prof. **Liviu Blanariu** – CNPEE, București

Clasa a XII-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul I: „Interferența luminii”	Punctaj parțial	Total
A.		
a)		
Condiția de obținere a maximelor luminoase pe semiaxa Ox , este ca diferența de drum optic să fie multiplu de lungimi de undă: $r_2 - r_1 = m\lambda$	0,5p	2p
Deoarece $r_2 > r_1$ rezultă că $m > 0$, adică valorile posibile pentru m sunt: $m = 1,2,3, \dots$	0,5p	
Drumurile r_1 și r_2 sunt date de relațiile: $r_2 = \sqrt{a^2 + x^2}$ $r_1 = x$	0,2p	
După calcule obținem coordonata maximelor luminoase: $x = \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda} = x_m$	0,3p	
Distanța dintre două maxime succesive depinde de ordinul m : $ \Delta x = x_{m+1} - x_m = \left \frac{a^2 - [(m+1)\lambda]^2}{2(m+1)\lambda} - \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda} \right = \frac{a^2 + m(m+1)\lambda^2}{2m(m+1)\lambda}$ ca urmare maximele luminoase de pe semiaxa Ox nu sunt echidistante.	0,5p	
b)		
Deoarece $x > 0$, pentru că maximele luminoase pot fi doar pe semiaxa Ox , rezultă că $(m\lambda)^2 < a^2$.	0,5p	1p
Știm că $m > 0$, deci: $m < \frac{a}{\lambda} = 181,81$ Deoarece m este un întreg, rezultă că $m = 181$, adică pe semiaxa Ox se formează $m = 181$ maxime luminoase.	0,5p	
c)		
Pentru $m = 1$ obținem $x_1 = \frac{a^2 - \lambda^2}{2\lambda} \cong 9,09\text{mm}$ (cel mai depărtat maxim luminos de pe semiaxa Ox).	0,5p	1p
Pentru $m = 181$ obținem $x_{181} = \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda} \cong 0,45\mu\text{m}$ (cel mai apropiat maxim luminos de pe semiaxa Ox).	0,5p	
d)		
Intensitatea luminoasă dintr-un punct este direct proporțională cu pătratul amplitudinii vectorului câmp electric rezultat (vectorul luminos) din acel punct $I = k E ^2$, relație în care $k = \text{constantă pozitivă}$.	0,5p	3p
Vectorii \vec{E}_1 și \vec{E}_2 , fiind paraleli putem scrie: $E = E_1 + E_2 = E_0 \left[\frac{1}{r_1} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1\right) + \frac{1}{r_2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2\right) \right]$ Utilizând reprezentarea fazorială obținem: $I = kE_0^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) \right)$ Sau: Putem calcula amplitudinea/modulul vectorului câmp electric rezultat și folosind	0,5p	

<p>reprezentarea celor două unde plane electromagnetice în mulțimea numerelor complexe:</p> $E_1 = \frac{E_0}{r_1} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1)} \text{ și } E_2 = \frac{E_0}{r_2} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2)}$ <p>Putem scrie: $E ^2 = E \cdot E^* = (E_1 + E_2) \cdot (E_1^* + E_2^*) = E_1 ^2 + E_2 ^2 + E_1 \cdot E_2^* + E_1^* \cdot E_2$</p> $E_1 \cdot E_2^* = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} r_2)} = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)}$ $E_1^* \cdot E_2 = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{i(-\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} r_1 + \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2)} = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)}$ <p>iar:</p> $E_1 \cdot E_2^* + E_1^* \cdot E_2 = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} \left[e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)} + e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)} \right] = \frac{E_0^2}{r_1 r_2} 2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$ <p>Astfel:</p> $I = kE_0^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) \right)$		
<p>Pentru maxime luminoase $r_2 - r_1 = m\lambda$, deci $\cos \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = \cos 2\pi m = 1$ și obținem:</p> $I = kE_0^2 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \right) = kE_0^2 \left(\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} \right)^2$	0,5p	
<p>Înlocuind r_1 și r_2 obținem $I = kE_0^2 \frac{(x + \sqrt{a^2 + x^2})^2}{x^2(a^2 + x^2)}$</p>	0,5p	
<p>Ținând cont de expresia $x_m = \frac{a^2 - (m\lambda)^2}{2m\lambda}$, după calcule se obține:</p> $I_m = (16kE_0^2 a^4 \lambda^2) \frac{m^2}{(a^4 - m^4 \lambda^4)^2}$	0,5p	
<p>Raportul dintre intensitatea luminoasă a celui mai apropiat maxim de pe semiaxa Ox față de originea O și intensitatea luminoasă a maximumului imediat următor, respectiv pentru $m = 181$ și $(m - 1) = 180$:</p> $\frac{I_m}{I_{m-1}} = \frac{m^2}{(a^4 - m^4 \lambda^4)^2} \cdot \frac{(a^4 - (m - 1)^4 \lambda^4)^2}{(m - 1)^2}$ $\frac{I_{181}}{I_{180}} \cong 4,91$	0,5p	
<p>B.</p>		
<p>Segmentul luminos este echivalent cu o mulțime de surse luminoase punctiforme, deplasate mai mult sau mai puțin pe o direcție perpendiculară pe axa de simetrie a dispozitivului, fie deasupra axei fie sub aceasta, cu excepția sursei punctiforme din centrul segmentului, care este situată chiar pe axa de simetrie.</p>	0,5p	
<p>Să considerăm o sursă punctiformă situată pe axa de simetrie a dispozitivului și figura de interferență corespunzătoare de pe ecran. Deplasarea acestei surse punctiforme pe distanța y, pe o direcție perpendiculară pe axa de simetrie a dispozitivului, provoacă o deplasare $\frac{yD}{a}$ a figurii de interferență, fără a-i modifica structura și implicit interferența. Cea mai mare deplasare a figurii de interferență este provocată de sursele de la capetele segmentului luminos, respectiv pentru $y = \frac{b}{2}$.</p>	0,5p	3p
<p>În comparație cu figura de interferență generată de o sursă punctiformă situată pe axa de simetrie a dispozitivului, mulțimea continuă de surse punctiforme de pe segmentul luminos, situate de o parte și de alta a axei de simetrie, până la capetele segmentului luminos, vor genera o figură de interferență ale cărei franje luminoase se lățesc/lărgesc, respectiv au o dimensiune transversală mărită</p>	1p	

$\Delta = 2 \cdot \left(\frac{yD}{d}\right) = \frac{bD}{d}$		
<p>Figura de interferență devine neclară atunci când lărgimea franjelor luminoase devine egală cu interfranja sau mai mare decât aceasta:</p> $\Delta \geq i, \frac{bD}{d} \geq \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow d \leq \frac{ba}{\lambda}$ <p>Situația limită corespunde pentru $d = \frac{ba}{\lambda}$, respectiv pentru distanța $d \cong 364\text{mm}$.</p>	1p	
<p>O altă abordare:</p> <p>Considerăm un punct oarecare de pe segmentul luminos, de coordonată y, $y \in \left[-\frac{b}{2}; \frac{b}{2}\right]$.</p> <p>Pentru razele provenind de la acest punct care, după trecerea prin fante, interferează într-un punct oarecare de pe ecran situat la distanța x față de axa de simetrie, diferența de fază este:</p> $\Delta\varphi = \frac{2\pi ax}{\lambda D} - \frac{2\pi ay}{\lambda d}$ <p>Deoarece $E^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos \Delta\varphi$, obținem:</p> $I = 2I_0 + 2I_0 \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} - \frac{2\pi ay}{\lambda d}\right) \frac{dx}{b}$ <p>Adică: $I = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda d}\right)}{\frac{\pi ab}{\lambda d}} \right]$</p> <p>Micșorând distanța d, prima valoare pentru care franjele de interferență dispar este cea corespunzătoare valorii $\frac{\pi ab}{\lambda d} = \pi$, deci $d = \frac{ba}{\lambda}$</p>		

Subiectul II: „Ciocniri interatomice”	Punctaj parțial	Total
<p>a) Din expresiile legilor de conservare a energiei și impulsului, în aproximația clasică, nerelativistă:</p> $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (1)$	0,5 p	3 p
$m_1 \frac{v_0^2}{2} = m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} + E_{ion} \quad (2)$ <p>unde v_0 și v_1 sunt vitezele ionului de He^+ înainte și după ciocnire, v_2 este viteza atomului de H după ciocnire iar E_{ion} este energia de ionizare a atomului de H.</p>	0,5 p	
<p>Eliminând v_2 între relațiile (1) și (2) găsim:</p> $v_1^2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - 2v_0 v_1 \cdot \frac{m_1}{m_2} + \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)v_0^2 + 2E_{ion}/m_1 = 0 \quad (3)$	0,5 p	
<p>Din condiția de existență a soluțiilor: $\Delta = v_0^2 - 2E_{ion}(1/m_1 + 1/m_2) \geq 0$</p>	0,3 p	
<p>găsim energia minimă cerută: $E_{0,\min} = \frac{m_1 v_{0,\min}^2}{2} = E_{ion} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)$</p>	0,3 p	

Numeric: $E_{0,\min} = 68\text{ eV}$	0,1 p	
$v_{0,\min} = \sqrt{\frac{2E_{0,\min}}{m_1}} = c\sqrt{\frac{2E_{0,\min}}{m_1c^2}}$	0,2 p	
$v_1 = v_2 = \frac{m_1v_{0,\min}}{m_1 + m_2}$	0,3 p	
Numeric $v_{0,\min} \square 5,73 \cdot 10^4\text{ m/s}$; $v_1 = v_2 = 4,58 \cdot 10^4\text{ m/s}$	0,2 p	
Deoarece $v_{0,\min}, v_1, v_2 \square c$ se justifică utilizarea aproximației clasice nerelativiste	0,1 p	
Obs: Viteza termică a atomilor de H : $v_{2T} = \sqrt{\frac{3kT}{m_2}} = c\sqrt{\frac{3kT}{m_2c^2}} \Rightarrow v_{2T} = 5 \cdot 10^3\text{ m/s}$ Comparația dintre viteza termică a atomilor de H și viteza ionilor de He^+ $v_{2T} < v_{0,\min}$ justifică în primă aproximație considerarea în repaus a atomilor de H .		
b) Energia fotonului emis în sistemul de referință propriu al ionului de He^+: $E_{f0} = hcRZ^2\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) \Rightarrow E_{f0} = 4E_{ion}\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = \frac{7}{36}E_{ion}$	0,5 p	2 p
Frecvența fotonului în sistemul de referință terestru: $v = v_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta} = v_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta} = v_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$;	0,5 p	
Energia acestuia: $E_f = hv = hv_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = E_{f0} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = \frac{7}{36} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} E_{ion}$	0,5 p	
Energia minimă de excitare a atomului de H corespunde tranziției de pe nivelul fundamental pe nivelul imediat superior deci: $E_f = hcR\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}hcR = \frac{3}{4}E_{ion}$	0,3 p	
Găsim astfel: $\frac{7}{36} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} E_{ion} = \frac{3}{4} E_{ion} \Rightarrow \beta = \frac{680}{778} \Rightarrow v \square 2,62 \cdot 10^8\text{ m/s}$.	0,2 p	
c) Lungimea de undă maximă a seriei Lyman: $\frac{1}{\lambda_{\max}} = R\left(1 - \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{4}{3R}; \lambda_{\max} \square 121,5\text{ nm}$	0,5 p	3 p
$\frac{v_0}{1+\beta} \leq v = \frac{v_0}{1-\beta \cos \theta} \leq \frac{v_0}{1-\beta} \Rightarrow$	0,5 p	
$\Delta v = v_0\left(\frac{1}{1-\beta} - \frac{1}{1+\beta}\right) = v_0 \frac{2\beta}{1-\beta^2} \square 2\beta v_0$	0,5 p	
$\Delta \lambda_T = \Delta\left(\frac{c}{v}\right) = c \frac{\Delta v}{v_0^2} = \lambda \frac{\Delta v}{v_0} \square 2\beta \lambda_{\max}$ unde $\beta = \frac{v_{2T}}{c} = \frac{5 \cdot 10^3\text{ m/s}}{3 \cdot 10^8\text{ m/s}} \square 1,67 \cdot 10^{-5}$	0,5 p	
În final $\Delta \lambda_T \square 4,05 \cdot 10^{-3}\text{ nm}$	0,2 p	

Din aplicarea principiului incertitudinii al lui Heisenberg se poate estima lărgimea naturală a liniei spectrale:		
$\Delta E \cdot \Delta t \approx \frac{h}{2\pi} \Rightarrow h\Delta\nu \cdot \tau \approx \frac{h}{2\pi} \Leftrightarrow c \frac{\Delta\lambda_n}{\lambda_{\max}^2} \cdot \tau \approx \frac{1}{2\pi} \Rightarrow \Delta\lambda_n \approx \frac{\lambda_{\max}^2}{2\pi c\tau}$	0,6 p	
Numeric $\Delta\lambda_n \approx 7,83 \cdot 10^{-7} \text{ nm} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_T}{\Delta\lambda_n} \approx 5,17 \cdot 10^3$	0,2 p	
d) Intensitatea unei linii spectrale este proporțională cu numărul de atomi aflați în starea excitată de pe care se realizează tranziția: $I \propto N$	0,5 p	2 p
Raportul intensității liniei spectrale, la începutul și sfârșitul intervalului de timp $t = \frac{d}{v}$ necesar parcurgerii distanței d este dat de: $\eta = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{n}$ unde τ este timpul mediu de viață al stării excitate;	0,5 p	
$\tau = \frac{d}{v \ln n}$;	0,5 p	
Numeric: $\tau \approx 1,73\mu\text{s}$	0,5 p	

Subiectul III: „Dezintegrarea Pionului”	Punctaj parțial	Total
a)	4,00 p	10 p
<p>Cunoscând forma vectorială a transformărilor Lorentz:</p> $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right],$ <p>unde:</p> $\vec{r}' = x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}'; \quad \vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k};$ $\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} = u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j};$ $\vec{u} \cdot \vec{r} = x \cdot u \cdot \sin \alpha + y \cdot u \cdot \cos \alpha = u(x \sin \alpha + y \cos \alpha),$ <p>rezultă:</p> $x' \vec{i}' + y' \vec{j}' + z' \vec{k}' = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} +$ $+ u(\sin \alpha \cdot \vec{i} + \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{u \cdot (x \sin \alpha + y \cos \alpha)}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right],$ <p>astfel încât, identificând coeficienții versorilor paraleli, obținem:</p> <p>1) \vec{i}'; \vec{i}</p> $x' = x + u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{u(x \sin \alpha + y \cos \alpha)}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $x' = x + u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\sin \alpha}{u} x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\cos \alpha}{u} y - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $x' = x + \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin^2 \alpha \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot y - \frac{ut \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$		

$x' = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin^2 \alpha + 1 \right] \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot y - \frac{ut \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $x = 0; y = -a; z = 0; t;$ $x' = - \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot a + \frac{ut \cdot \sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ $x' = -(\Gamma - 1) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot a - \Gamma \cdot ut \cdot \sin \alpha; \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$		
<p>2) \vec{j}'; \vec{j}</p> $y' = y + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{u \cdot (x \sin \alpha + y \cos \alpha)}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $y' = y + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\sin \alpha}{u} \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \frac{\cos \alpha}{u} \cdot y - \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $y' = y + \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot x + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \cos^2 \alpha \cdot y - \frac{ut \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$ $y' = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot x + \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \cos^2 \alpha + 1 \right] \cdot y - \frac{ut \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $x = 0; y = -a; z = 0; t;$ $y' = - \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot \cos^2 \alpha + 1 \right] \cdot a - \frac{ut \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ $y' = -[(\Gamma - 1) \cdot \cos^2 \alpha + 1] \cdot a - \Gamma \cdot ut \cdot \cos \alpha; \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$		
<p>3) \vec{k}'; \vec{k}</p>		

$z' = z = 0$ 1 punct		
<p>4) În plus, din relația:</p> $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right),$ <p>rezultă:</p> $\vec{u} \cdot \vec{r} = x \cdot u \cdot \sin \alpha + y \cdot u \cdot \cos \alpha = u \cdot (x \sin \alpha + y \cos \alpha);$ $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(t - \frac{ux \sin \alpha + uy \cos \alpha}{c^2} \right);$ $x = 0; y = -a; z = 0; t = 0;$ $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \cdot \left(t + \frac{ua \cos \alpha}{c^2} \right); \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$ $t' = \Gamma \cdot \left(t + \frac{ua \cos \alpha}{c^2} \right). \quad \dots \dots \dots \quad \mathbf{1}$ <p>punct</p>		
b)	3,00 p	
<p>Utilizând forma vectorială a transformărilor Lorentz, rezultă:</p> $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \frac{t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right];$ $t' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right);$ $\vec{v}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \frac{d\vec{r} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{u^2} - \frac{dt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{dt - \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{c^2}};$ $\vec{v}' = \frac{\frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u}}{u^2} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{1 - \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{c^2 \cdot dt}};$ $\vec{v}' = \frac{\frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u}}{u^2} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{\frac{1 - \frac{\vec{u} \cdot d\vec{r}}{c^2 \cdot dt}}{\sqrt{1 - \beta^2}}};$		

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2}}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2} \right)}, \quad \dots\dots\dots 1,25$$

puncte

reprezentând viteza pe care o are NEUTRINO în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial mobil, R', unde:

$$\vec{v}' = v'_x \vec{i}' + v'_y \vec{j}' + v'_z \vec{k}';$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k};$$

$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} = u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j},$$

astfel încât:

$$v'_x \vec{i}' + v'_y \vec{j}' + v'_z \vec{k}' = \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{c^2} \right)} +$$

$$+ \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot (v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k})}{c^2} \right)};$$

$$v'_x \vec{i}' + v'_y \vec{j}' + v'_z \vec{k}' = \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} +$$

$$+ \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)}.$$

.....0,50 puncte

Identificând coeficienții versorilor axelor paralele ale celor două sisteme de referință inerțiale, obținem:

1) \vec{i}' ; \vec{i}

$$v'_{x'} = \frac{v_x}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2}\right)} +$$

$$+ \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2}\right)};$$

$$v'_{x'} = \frac{v_x + u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2}\right)};$$

$v_x = 0; v_y = c;$

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c}\right)}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c}\right)};$$

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1 - \beta^2}\right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c}\right)}; \dots\dots\dots 0,50$$

puncte

2) \vec{j}' ; \vec{j}

$$v'_{x'} \vec{i}' + v'_{y'} \vec{j}' + v'_{z'} \vec{k}' = \frac{v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2}\right)} +$$

$$+ \frac{(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2}\right)};$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_x \vec{i}' + \mathbf{v}'_y \vec{j}' + \mathbf{v}'_z \vec{k}' = & \frac{\mathbf{v}_x \vec{i} + \mathbf{v}_y \vec{j} + \mathbf{v}_z \vec{k}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} + \\ & \frac{\left(u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j} \right) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_{y'} = & \frac{\mathbf{v}_y}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} + \\ & \frac{u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)}; \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}'_{y'} = \frac{\mathbf{v}_y + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \mathbf{v}_x \cdot \sin \alpha + u \cdot \mathbf{v}_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$$

$$\mathbf{v}_x = 0; \mathbf{v}_y = c;$$

$$\mathbf{v}'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$\mathbf{v}'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$$

$$\mathbf{v}'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$$

$v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left[(1 - \sqrt{1-\beta^2}) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \dots\dots\dots 0,50 \text{ puncte}$ <p>3) \vec{k}'; \vec{k}</p> $v'_{z'} = \frac{v_z}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v_x \cdot \sin \alpha + u \cdot v_y \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$ $v_z = 0; \quad v'_{z'} = 0. \dots\dots\dots 0,25 \text{ puncte}$ <p>Concluzie:</p> $\vec{v}' = \vec{v}'_{x'} + \vec{v}'_{y'} = v'_{x'} \cdot \vec{i}' + v'_{y'} \cdot \vec{j}',$ <p>adică vectorul \vec{v}', reprezentând viteza pe care NEUTRINO o are în raport cu observatorul O' din sistemul inerțial R', se află în planul $X'O'Y'$.</p>		
<p>c)</p>	<p>3,00 p</p>	
<p>Am demonstrat că:</p> $v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2} \right)}; \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}};$ $\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right]}{\frac{1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}};$ $v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(1 - \sqrt{1-\beta^2}) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$ $v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(1 - \sqrt{1-\beta^2}) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$		

$$v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$$

$$v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1 - \beta^2} \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)};$$

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{c^2} \right)};$$

$$\vec{u} = u \cdot \sin \alpha \cdot \vec{i} + u \cdot \cos \alpha \cdot \vec{j}; \quad \vec{v} = \vec{v}_y = v_y \cdot \vec{j} = c \cdot \vec{j};$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u \cdot c \cdot \cos \alpha;$$

$$\vec{v}' = \frac{c \cdot \vec{j} + u \cdot (\sin \alpha \cdot \vec{i} + \cos \alpha \cdot \vec{j}) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)};$$

$$\vec{v}' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} \cdot \vec{i} +$$

$$\frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{u^2} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{c \cdot u \cdot \cos \alpha}{c^2} \right)} \vec{j};$$

$$\vec{v}' = \vec{v}'_{x'} + \vec{v}'_{y'} = v'_{x'} \cdot \vec{i}' + v'_{y'} \cdot \vec{j}';$$

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; \quad v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)},$$

astfel încât, în acord cu notațiile din figura 2, rezultă:

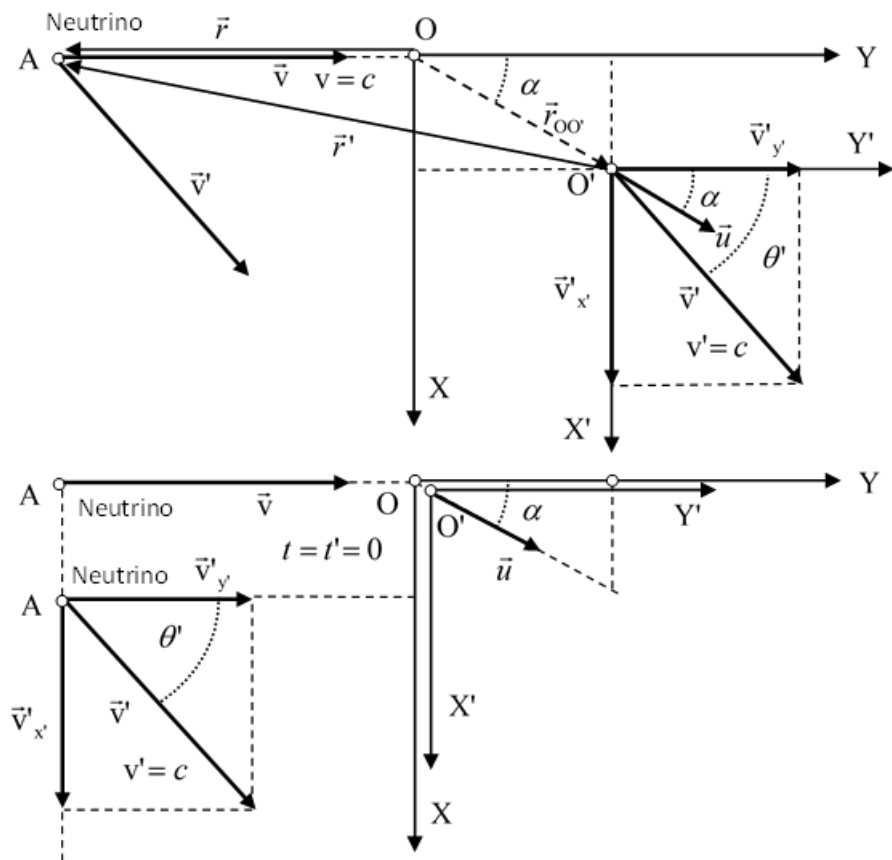


Fig. 2

1)

$$v'^2 = v_{x'}^2 + v_{y'}^2 = F(\text{fracție}) = \frac{N(\text{numarator})}{n(\text{numitor})};$$

$$N = u^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 + c^2 + u^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right];$$

$$N = u^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] + c^2;$$

$$N = u^2 \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]^2 + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] + c^2;$$

$$\begin{aligned}
N &= \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left\{ [(\Gamma - 1) \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \cdot \Gamma] + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha \right\} + c^2; \\
N &= \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot [(\Gamma - 1) \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha] + c^2; \\
N &= \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot [\Gamma \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma + 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha] + c^2; \\
N &= \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot [\Gamma \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha + c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma] + c^2; \\
N &= \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot [(\Gamma + 1) \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha - u^2 \Gamma] + c^2; \\
N &= u^2 \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] \cdot \left[(\Gamma + 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right] + c^2; \\
N &= u^2 \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot (\Gamma + 1) \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - \Gamma \cdot (\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma(\Gamma + 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} + \Gamma^2 \right] + c^2; \\
N &= u^2 \cdot \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - \Gamma \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} \cdot (\Gamma - 1 + \Gamma + 1) + \Gamma^2 \right] + c^2; \\
N &= u^2 \cdot \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - 2 \cdot \Gamma^2 \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} + \Gamma^2 \right] + c^2; \\
N &= \left[(\Gamma^2 - 1) \cdot u^2 \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha}{u^2} - 2 \cdot \Gamma^2 \cdot u^2 \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} + u^2 \cdot \Gamma^2 \right] + c^2; \\
N &= [(\Gamma^2 - 1) \cdot c^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot \Gamma^2 \cdot u \cdot c \cdot \cos \alpha + u^2 \cdot \Gamma^2] + c^2; \\
N &= \Gamma^2 (c^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot u \cdot c \cdot \cos \alpha + u^2) - c^2 \cdot \cos^2 \alpha + c^2; \\
N &= \Gamma^2 (c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha; \\
n &= \Gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)^2; \\
v^2 &= \frac{N}{n} = \frac{\Gamma^2 \cdot (c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2}}{\Gamma^2 \cdot \frac{(c - u \cdot \cos \alpha)^2}{c^2}}; \\
v^2 &= c^2 \cdot \frac{(c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{1}{\Gamma^2}}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2}; \\
\Gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad \frac{1}{\Gamma^2} = 1 - \beta^2 = 1 - \frac{u^2}{c^2} = \frac{c^2 - u^2}{c^2};
\end{aligned}$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c \cdot \cos \alpha - u)^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{c^2 - u^2}{c^2}}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c \cdot \cos \alpha - u)^2 + (c^2 - u^2) \cdot \sin^2 \alpha}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{c^2 \cdot \cos^2 \alpha - 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha + u^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha - u^2 \cdot \sin^2 \alpha}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{c^2 - 2 \cdot c \cdot u \cdot \cos \alpha + u^2 \cdot \cos^2 \alpha}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2 \cdot \frac{(c - u \cdot \cos \alpha)^2}{(c - u \cdot \cos \alpha)^2};$$

$$v'^2 = c^2; v' = c, \dots\dots\dots \mathbf{1,50 \text{ puncte}}$$

ceea ce dovedește că pentru NEUTRIN, viteza lui, în raport cu ambele sisteme de referință inerțiale, R și respectiv R', este aceeași, egală cu viteza luminii în vid, c, rezultat în acord cu principiul relativității, conform căruia viteza luminii este aceeași în raport cu orice SRI.

..... **0,50 puncte**

2)

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{v'_{x'}}{v'_{y'}};$$

$$v'_{x'} = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)}; v'_{y'} = \frac{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{\Gamma \left(1 - \frac{u \cdot \cos \alpha}{c} \right)},$$

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[(\Gamma - 1) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \Gamma \right]}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]}{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right]};$$

$\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{c + u \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]};$ $\operatorname{tg} \theta' = \frac{u \cdot \sin \alpha \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}{c \cdot \sqrt{1-\beta^2} + u \cdot \cos \alpha \cdot \left[\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right) \cdot \frac{c \cdot \cos \alpha}{u} - 1 \right]}, \dots \mathbf{1,00}$		
<p>puncte</p> <p>așa cum indică desenul din figura 2</p>		

Bareme propuse de:

prof. **Florin Butușină** – *Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei*
prof. **Cristian Miu** – *Inspectoratul Școlar Județean Olt, Slatina*
prof. **Mihail Sandu** – *Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești*
coordonator: prof. **Liviu Blanariu** – *CNPEE, București*

CAPITOLUL II ***Subiecte Laborator***

Clasa a VI-a- Proba practică

Atenție: Pagina 4 din 4 din enunț (Anexa) conține două tabele pe care le veți completa, fără a le copia pe foaia de lucru. Această pagină o veți preda împreună cu foaia de lucru și o veți numerota corespunzător. Nu vă veți scrie numele pe această pagină!

Subiectul I – Determinarea constantei elastice a unui fir metalic (10 puncte)

Majoritatea corpurilor prezintă o proprietate numită elasticitate. Corpuri perfect elastice nu există, dar dacă forțele care acționează asupra lor nu depășesc anumite limite, atunci deformațiile sunt considerate elastice.

Legea lui Hooke stabilește legătura între deformare (efect) și forța deformatoare (cauza) în cazul deformațiilor elastice.

Forța deformatoare are expresia: $F = k \cdot \Delta l$, unde Δl este alungirea firului, iar constanta elastică poate fi calculată folosind formula: $k = \frac{ES_0}{l_0}$, unde: E – este o constantă de material și se numește „modulul lui Young”, l_0 – este lungimea firului, iar S_0 – aria secțiunii transversale.

Materiale disponibile:

- Fir metalic, cilindric, cu lungimea $l_0 = 110$ cm
- Bețișor cilindric din lemn
- Riglă gradată



Parcurgeți etapele de mai jos și scrieți rezultatele pe foaia de concurs:

1. **(1,40 p)** Pentru a calcula constanta elastică a firului, avem nevoie de aria secțiunii transversale (aria cercului, $S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$), iar pentru calculul acesteia avem nevoie de diametrul d al firului. **Măsurarea directă** a diametrului firului nu este posibilă deoarece diametrul acestuia este mai mic decât precizia riglei gradate de care dispunem. Descrieți **modul de lucru** și prezentați **teoria lucrării** pentru **măsurarea indirectă** a diametrului firului folosind strict materialele puse la dispoziție: firul, bețișorul de lemn și rigla gradată.
2. **(1,00 p)** Efectuați 5 măsurători diferite pentru determinarea diametrului firului, d , și înregistrați datele în tabelul 1 din Anexă.

3. **(1,00 p)** Calculați aria secțiunii transversale a firului, $S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$ și o treceți în tabelul 1 din Anexă.
4. **(1,00 p)** Calculați constanta elastică a firului, $k = \frac{ES_0}{l_0}$ și o treceți în tabelul 1 din Anexă.
5. **(1,00 p)** Calculați constanta elastică medie a firului, k_{mediu} și o treceți în tabelul 1 din Anexă.
6. **(1,00 p)** Calculați eroarea, Δk și o treceți în tabelul 1 din Anexă.
7. **(1,00 p)** Calculați eroarea medie, Δk_{mediu} și o treceți în tabelul 1 din Anexă.
8. **(1,00 p)** Scrieți rezultatul sub forma $k = k_{mediu} \pm \Delta k_{mediu}$, precizând valorile minime și maxime pentru constanta elastică a firului.
9. **(0,60 p)** Enumerați cel puțin trei surse de erori care influențează datele experimentale.
10. **(1,00 p)** Dacă forța deformatoare are valoarea $F = 100\text{ N}$, folosind rezultatele măsurătorii, calculați între ce valori, minimă și maximă, se va situa alungirea firului.

Notă: Folosiți pentru π valoarea 3,14.

Subiectul II - Identificarea materialelor prin determinarea densității (10 puncte)

Un elev are două săculețe cu obiecte diferite și vă cere să-l ajutați să identifice din ce sunt confecționate.

Atenție!

- Nu deschideți săculețul/săculețele!
- Nu veți putea primi un alt săculeț/săculețe!

Materiale disponibile

Cilindru gradat 100ml – 1 buc	Săculețul 2 – 1 buc
Șervețel – 1buc	Sfoară subțire – 50cm
Săculețul 1 - 1 buc	Apă nepotabilă: 500 ml
Bețișor de plastic – 1 buc	



Parcurgeți etapele de mai jos și scrieți rezultatele pe foaia de concurs:

1. Pentru a identifica materialul din care sunt confecționate obiectele din săculețe, fără a deschide săculețele, avem nevoie de masa, respectiv volumul fiecărui săculeț.
2. Pentru determinarea masei săculețelor s-a folosit un resort, a cărui alungire, Δl , pentru diferite mase atârinate de acesta, este dată în tabelul 2 din Anexă. Alungirea resortului sub greutatea săculețelor este de asemenea dată în tabel, Δl_i .

3. **(1,00 p)** Folosind materialele puse la dispoziție precum și datele precizate mai sus, vi se cere să construiți dispozitivul experimental, să prezentați teoria lucrării și să descrieți modul de lucru.
4. **(1,00 p)** Calculați masa săculețului 1 și notați rezultatele în tabelul 2 din Anexă.
5. **(1,00 p)** Măsurați volumul săculețului 1, efectuați câte cinci măsurători și notați rezultatele în tabelul 2 din Anexă. Scădeți de fiecare dată volumul accesoriilor: săculeț gol + foia de staniol, $V_{\text{accesorii}} = 1,75 \text{ ml}$.
6. **(1,00 p)** Calculați masa săculețului 2 și notați rezultatele în tabelul 2 din Anexă.
7. **(1,00 p)** Măsurați volumul săculețului 2, efectuați câte cinci măsurători și notați rezultatele în tabelul 2 din Anexă. Scădeți de fiecare dată volumul accesoriilor: săculeț gol + foia de staniol, $V_{\text{accesorii}} = 1,75 \text{ ml}$.
8. **(1,00 p)** Calculați pentru fiecare săculeț valoarea densității obiectelor conținute și o treceți în tabelul 2 din Anexă.
9. **(0,60 p)** Calculați densitatea medie pentru fiecare săculeț și o treceți în tabelul 2 din Anexă.
10. **(1,00 p)** Calculați eroarea $\Delta\rho$ și o treceți în tabelul 2 din Anexă.
11. **(0,40 p)** Calculați eroarea medie $\Delta\rho_m$ și o treceți în tabelul 2 din Anexă.
12. **(1,00 p)** Scrieți rezultatul determinării sub forma $\rho = \rho_m \pm \Delta\rho_m$, precizând valorile minime și maxime ale densității pentru fiecare săculeț.
13. **(0,40 p)** Indicați care sunt materialele din fiecare săculeț, folosind datele din tabelul densităților de mai jos.
14. **(0,60 p)** Indicați cel puțin trei surse de erori care pot influența datele experimentale.

Pentru determinarea materialului, folosiți-vă de următorul tabel:

Denumire material	Densitate: $\rho \left(\frac{g}{cm^3}\right)$	Denumire material	Densitate: $\rho \left(\frac{g}{cm^3}\right)$
platina	21,46	pluta	0,40
plumb	11,35	cocs	0,50
lemn	0,45	argint	10,49
aur	19,31	ciment	3,20
oțel	7,80	bronz	8,75
cupru	8,96	caolin	2,00
calcar	28,00	mercur	13,53

Subiecte propuse de:

Prof. Carmen MACOVEI – Colegiul Național Economic „Andrei Bârseanu” Brașov

Prof. Vasile MACOVEI – Colegiul Național de Informatică „Gr. Moisil” Brașov

Anexa

Subiectul I - TABEL 1

Nr. det.	$l_0(m)$	$E \left(\frac{N}{mm^2} \right)$	$d (mm)$	$S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$ (mm^2)	$k = \frac{ES_0}{l_0}$ (N/m)	k_{mediu} (N/m)	Δk (N/m)	Δk_{mediu} (N/m)
1	1,10	$1,1 \cdot 10^5$						
2								
3								
4								
5								

Subiectul II - TABEL 2

Obiecte	Nr. det.	Mase marcate $m(g)$	Δl (mm)	Δl_i (mm)	Masa săculețului $M_i (g)$	V (cm^3)	ρ ($\frac{g}{cm^3}$)	ρ_m ($\frac{g}{cm^3}$)	$\Delta \rho$ ($\frac{g}{cm^3}$)	$\Delta \rho_m$ ($\frac{g}{cm^3}$)
Săculețul 1	1	7	1,20	8,80						
	2	14	2,30	8,82						
	3	21	3,30	8,00						
	4	28	4,50	7,96						
	5	35	5,50	7,98						
Săculețul 2	1	7	1,20	4,20						
	2	14	2,30	4,22						
	3	21	3,30	3,98						
	4	28	4,50	3,96						
	5	35	5,50	4,00						

Clasa a VI-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul I

Cerința	Barem de notare	Parțial	Punctaj
1	<p>Teoria lucrării: În condițiile în care dimensiunile obiectului, în cazul nostru, diametrul firului, sunt mai mici decât precizia instrumentului de măsurat, rigla în cazul nostru, măsurarea directă nu este posibilă.</p> <p>Dacă, d, este diametrul firului, atunci vom căuta să măsurăm un multiplu de diametre, $l = nd$, unde, n este un număr întreg, $n \geq 2$.</p>	0,4	0,40
	<p>Modul de lucru:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pentru a obține un „multiplu de diametre” vom înfășura firul, spiră lângă spiră, pe bețișorul de lemn avut la dispoziție, unde n, reprezintă numărul de înfășurări/spire 	0,3	1,00
	<ul style="list-style-type: none"> • Măsurăm cu rigla lungimea celor n spire: l 	0,2	
	<ul style="list-style-type: none"> • Calculăm diametrul firului: $d = \frac{l}{n}$ 	0,2	
	<ul style="list-style-type: none"> • Repetăm măsurătoarea pentru diferite valori ale numărului de spire 	0,2	
	<ul style="list-style-type: none"> • Completăm tabelul de date. 	0,1	
2	Efectuarea măsurătorilor și înregistrarea datelor în tabel cu respectarea unităților de măsură: Calculul diametrului firului – pentru cele 5 determinări	5x0,2	1,00
3	Calculul ariei secțiunii transversale – 5 valori	5x0,2	1,00
4	Calculul constantei elastice a firului – 5 valori	5x0,2	1,00
5	Calculul constantei elastice medii: k_{mediu}		1,00
6	Eroarea determinării, Δk		1,00
7	Eroarea medie, Δk_{mediu}		1,00
8	$k = k_{mediu} \pm \Delta k_{mediu}$, cu precizarea valorilor, minimă și maximă, pentru constanta elastică a firului:		1,00
	K minim = 13847 N/m , k maxim = 17341 N/m*	*1,0	
	K minim = 11939 N/m , k maxim = 19625 N/m**	** 0,5	
9	<p>Enumerarea a trei surse de erori care pot influențează datele experimentale:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Citirea oblică a riglei • Poziționarea incorectă a riglei, distanța față de fir • Inscripționarea riglei • Eroarea de citire a riglei 	3x0,2	0,60

Cerința	Barem de notare	Parțial	Punctaj
	Modul de lucru: Determinarea masei fiecărui săculeț cu formula: <ul style="list-style-type: none"> $M = \frac{m\Delta l_i}{\Delta l}$ Determinarea volumului săculețului: <ul style="list-style-type: none"> Turnăm apă în cilindru gradat, un volum cunoscut Scufundăm săculețul în apa din cilindru gradat Determinăm, prin diferență, volumul săculețului Repetăm măsurătorile pentru fiecare săculeț Prelucrarea datelor 	0,2	0,40
4	Determinarea masei săculețului 1 <ul style="list-style-type: none"> Coloana M_i 	5x0,2	
5	Determinarea volumului săculețului 1. Efectuarea măsurătorilor și înregistrarea datelor în tabel cu respectarea unităților de măsură. <ul style="list-style-type: none"> Coloana volum, V 	5x0,2	1,00
6	Determinarea masei săculețului 2 <ul style="list-style-type: none"> Coloana M_i 	5x0,2	1,00
7	Măsurarea volumului săculețului 2. Efectuarea măsurătorilor și înregistrarea datelor în tabel cu respectarea unităților de măsură. <ul style="list-style-type: none"> Coloana volum, V 	5x0,2	1,00
8	Calculul densității: Coloana ρ <ul style="list-style-type: none"> Săculețul 1 Săculețul 2 	5x0,1 5x0,1	1,00
9	Densitatea medie pentru fiecare săculeț: ρ_m <ul style="list-style-type: none"> Săculețul 1 Săculețul 2 	0,3 0,3	0,60
10	Eroarea determinării: $\Delta\rho$ <ul style="list-style-type: none"> Săculețul 1 Săculețul 2 	5x0,1 5x0,1	1,00
11	Eroarea medie: $\Delta\rho_m$ <ul style="list-style-type: none"> Săculețul 1 Săculețul 2 	0,2 0,2	0,40
12	$\rho = \rho_m \pm \Delta\rho_m$, cu precizarea valorilor densității, minime și maxime, pentru fiecare săculeț. Săculețul 1 : $\rho_{minim} = 6,61 \text{ g/cm}^3$ $\rho_{max} = 8,32 \text{ g/cm}^3$ Săculețul 2 : $\rho_{minim} = 1,55 \text{ g/cm}^3$ $\rho_{max} = 2,49 \text{ g/cm}^3$	0,5 0,5	1,00
13	Identificarea materialelor: <ul style="list-style-type: none"> Săculețul 1- oțel 	0,2	0,40

Cerința	Barem de notare	Parțial	Punctaj
	<ul style="list-style-type: none"> Săculețul 2 – caolin 	0,2	
14	Se indică cel puțin 3 surse de erori: <ul style="list-style-type: none"> Eroarea de citire a cilindrului gradat Inscripționarea cilindrului gradat Manipularea greșită a pieselor Citirea oblică marcajelor cilindrului gradat Citirea eronată a volumului obiectelor Volumul/cantitatea de apă absorbită de materialul din care sunt confecționate săculețele etc. 	3x0,2	0,60
TOTAL			10,00

Baremul a fost realizat de:

Prof. Carmen MACOVEI – Colegiul Național Economic „Andrei Bârseanu” Brașov

Prof. Vasile MACOVEI – Colegiul Național de Informatică „Gr. Moisi” Brașov

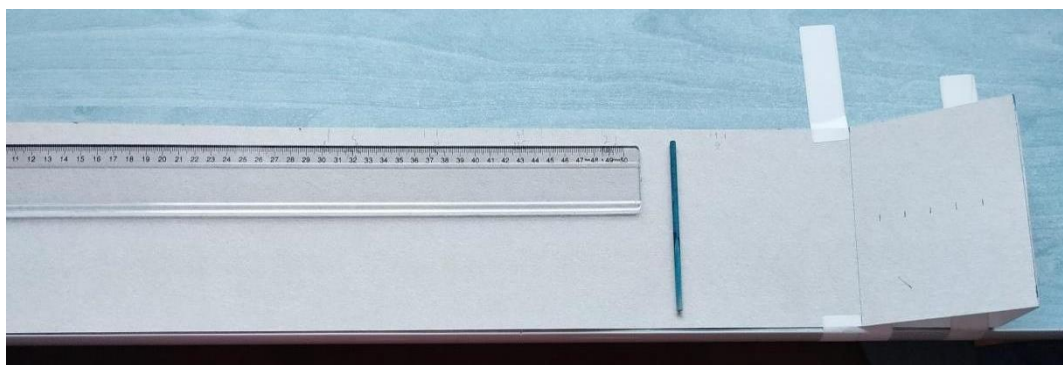
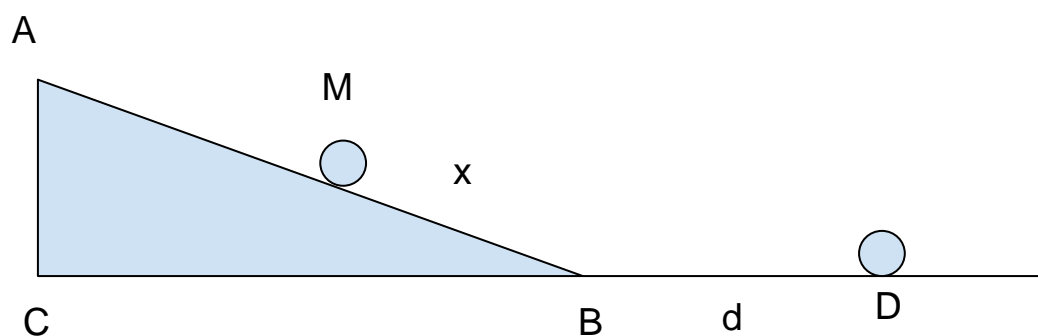
Clasa a VII-a Proba practică

Subiectul I: Rostogolire, coeficient de frecare la alunecare și randament mecanic

Materiale puse la dispoziție:

- rampă din carton cu prelungire orizontală, rampa are înclinația de 30° ;
- riglă de plastic cu lungimea de 30 cm;
- cilindru cu masă necunoscută (bețișor cilindric)

Dispozitivul experimental:



Scopul lucrării:

Veți determina coeficientul de frecare la alunecare (μ) dintre cilindru și rampa din carton, energia cinetică maximă pe unitatea de masă a cilindrului ($E_{c,max}/m$) și randamentul rampei (η).

Cerințe

- Folosind numai materialele puse la dispoziție, determinați coeficientul de frecare la alunecare (μ) la rostogolirea cilindrului pe rampa de carton, utilizând **metoda grafică**.
- În acest scop veți lăsa cilindrul **să se rostogolească liber** pe rampă și veți determina distanțele x (distanța de la poziția de la care cilindrul este lăsat liber și baza rampei-

distanța MB) și d (distanța de la baza rampei la poziția în care cilindrul se oprește pe suprafața orizontală- distanța BD).

- Realizați **cel puțin 5 măsurători**, treceți datele în tabelul de pe foaia de răspuns, **reprezentați grafic $d = f(x)$** pe hârtia milimetrică atașată foi de răspuns și determinați coeficientul de frecare la alunecare utilizând graficul.

Atenție, foaia de răspuns se predă împreună cu lucrarea. Nu o semnați!

- Calculați energia cinetică maximă pe unitatea de masă a cilindrului atunci când este lăsat liber de la distanța $x = 5 \text{ cm}$.
- Calculați randamentul rampei. Ce observați? Explicați valoarea randamentului obținut.

Completați foile de răspuns astfel încât să respectați următoarele **cerințe**:

- 1) (4,00 p) Deducerea formulelor necesare pentru determinarea mărimilor fizice cerute.
- 2) (1,00 p) Descrierea modului de lucru.
- 3) (4,00 p) Rezultatele măsurătorilor și calculul coeficientului de frecare **folosind graficul**. Calculul energiei cinetice maxime pe unitatea de masă a cilindrului pentru $x = 5 \text{ cm}$ și calculul randamentului mecanic al rampei.
- 4) (1,00 p) Precizarea principalelor surse de erori (minimum trei) și soluții pentru reducerea acestora.

Indicații:

Pentru a obține rezultate concludente, lăsați cilindrul să se rostogolească liber de la **distanțe mici** față de baza rampei B și repetați măsurătorile de minim 3 ori pentru **aceeași distanță x** , notând în tabel **media** obținută pentru **distanța d** .

Prima determinare poate fi făcută pentru $x = 0,5 \text{ cm}$, iar ultima măsurătoare să **nu depășească $x=4 \text{ cm}$** .

Puteți utiliza în calcule $\sin 30^\circ = 0,500$ și $\cos 30^\circ = 0,866$.

Se va considera $g = 9,806 \text{ m/s}^2$

Subiectul II: O balanță ...ingenioasă!

Materiale puse la dispoziție:

- riglă de plastic cu lungimea de 30 cm și masa cunoscută (vezi eticheta de pe riglă);
- cilindru cu masă necunoscută (cel de la experimentul de la subiectul I)
- rampa de la subiectul I

Scopul lucrării:

Veți determina masa cilindrului utilizat la experimentul de la subiectul I și densitatea acestuia.

Cerințe

- Utilizând numai materialele puse la dispoziție determinați masa cilindrului utilizat la experimentul anterior. Realizați cel puțin 4 măsurători, calculați erorile și exprimați rezultatul sub forma $\overline{m_c} = \overline{m_c} \pm \Delta m_c$.
- Descrieți o metodă de determinare a diametrului cilindrului cu o eroare relativă de sub 10 %.
- Determinați densitatea cilindrului utilizat la subiectul I.

Completați foile de răspuns astfel încât să cuprindeți următoarele cerințe:

- 1) (3,00 p) Fundamentarea teoretică a metodei utilizate;
- 2) (2,00 p) Descrierea modului de lucru pentru determinarea masei cilindrului și a diametrului acestuia cu o eroare relativă de sub 10%.
- 3) (4,00 p) Rezultatele măsurătorilor și calculul masei cilindrului (tabelul cu date experimentale va fi conceput de voi). Determinarea densității cilindrului considerând masa medie determinată aici;
- 4) (1,00 p) Precizarea principalelor surse de erori (minimum trei) și soluții pentru reducerea acestora.

Indicații:

Înainte de a începe măsurătorile trebuie să determinați **poziția centrului de greutate al riglei** (cu precizie cât mai mare). Rigla este considerată omogenă și are masa înscrisă pe capătul ei cu marker albastru.

În calcule, veți considera $\pi = 3,14$

Subiecte propuse de:
prof. **Stenuța Tița GALL**, Școala Gimnazială nr. 5 Brașov

Foaie de răspuns:

Subiectul I:

Rezultatele măsurătorilor și calculul coeficientului de frecare folosind graficul.

Tabel cu date experimentale:

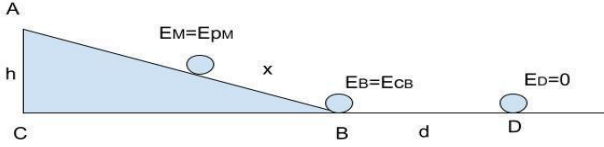
x(cm)						
d(cm)						

Graficul $d=f(x)$



Clasa a VII-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul I: Rostogolire, coeficient de frecare și randament mecanic

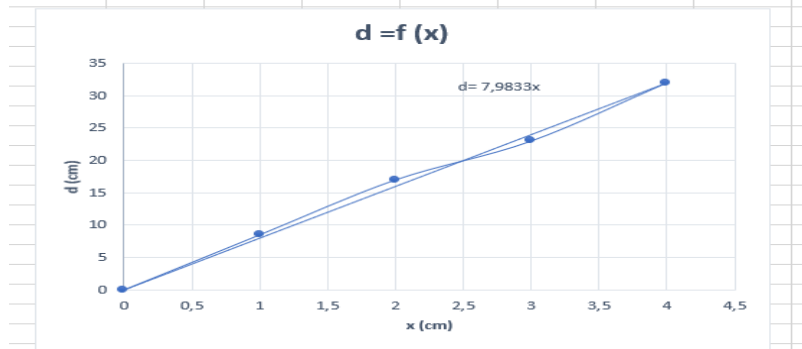
Subiectul I (10 p)	Punctaj parțial	Punctaj total
<div style="text-align: center;">  </div> <p>1) Fundamentarea teoretică a fenomenului studiat.</p> <ul style="list-style-type: none"> - scrierea corectă a teoremelor de variație a energiei, <ul style="list-style-type: none"> $\Delta E_{MB} = L_{Ff_1}$ 0,2 p $\Delta E_{BD} = L_{Ff_2}$ 0,2 p - deducerea expresiei lui d în funcție de x, <ul style="list-style-type: none"> $E_B - E_M = -\mu mgx \cos \alpha$ (1) 0,2 p $E_D - E_M = -\mu mgd$ (2) 0,2 p Din (1)+(2) $\Rightarrow E_M - E_B = -\mu mg(x \cos \alpha + d)$ 0,2 p $-E_B = -\mu mg(x \cos \alpha + d)$, $mgh = \mu mg(x \cos \alpha + d)$ adică $h = \mu mg(x \cos \alpha + d)$ dar $h = x \sin \alpha$ 0,2 p $x \sin \alpha = \mu(x \cos \alpha + d)$ 0,2 p $x \sin \alpha - \mu x \cos \alpha = \mu d \Rightarrow$ $d = x \cdot \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\mu};$ 0,2 p $d = k \cdot x,$ - deducerea coeficientului de frecare în funcție de raportul $k = \frac{d}{x}$ <ul style="list-style-type: none"> $d = x \cdot \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\mu} \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\mu}$ 0,2 p $k\mu = \sin \alpha - \mu \cos \alpha$ $k\mu + \mu \cos \alpha = \sin \alpha$ $\mu(k + \cos \alpha) = \sin \alpha$ $\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + k} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \frac{d}{x}}$ 0,2 p - exprimarea randamentului mecanic în funcție de μ și α. 0,2 p - $\eta = \frac{L_u}{L_c}$ 0,2 p - $\eta = \frac{G \cdot h}{F \cdot l}, F = G_t + F_f$ 0,2 p - $G_t = mg \sin \alpha ; F_f = \mu mg \sin \alpha$ 0,2 p 		4 p

<ul style="list-style-type: none"> - $\eta = \frac{mgl \sin \alpha}{mgl(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$ - $\eta = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}$ sau $\eta = \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha}$ - Deducerea formulei energiei cinetice maxime pe unitatea de masă a cilindrului: la distanța x - $\Delta E_{MB} = L_{Ff_1}$ - $E_B - E_M = -\mu mgx \cos \alpha$ - $E_M = mgh$, $E_M = mgx \sin \alpha$ - $E_B = E_{c,\max}$ - $\frac{E_{c,\max}}{m} = gx(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ 	<p>0,2 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p</p>	
<p>2) Descrierea modului de lucru. (1p)</p> <ul style="list-style-type: none"> -se lasă liber cilindrul de la diferite distanțe x față de baza rampei; - se măsoară distanța la care se oprește cilindrul față de baza rampei (d); -se repetă măsurătorile pentru alte distanțe x; -se trec datele în tabelul de date și se trasează graficul $d=f(x)$; -se alege un punct de pe grafic și se calculează $k = \frac{d}{x}$; -se calculează coeficientul de frecare cu formula: $\mu = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + k}$	<p>0,1 p 0,1 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p 0,2 p</p>	1 p
<p>3) Rezultatele măsurătorilor și calculul coeficientului de frecare folosind graficul, calculul vitezei maxime, calculul randamentului mecanic al rampei (4p):</p> <ul style="list-style-type: none"> ● completarea tabelului cu date experimentale (5 puncte în grafic) ● realizarea corectă a graficului (trasarea dreptei printre puncte și prin originea sistemului de axe): ● scală cu valori echidistante pe axa Ox și Od, ● mărimi fizice și unități de măsură pe cele două axe, ● puncte conform tabel, 	<p>(5×0,2)p 0,2 p 0,2p (5×0,1)p 0,1 p</p>	4 p

● Dreaptă

Exemplu de tabel și grafic:

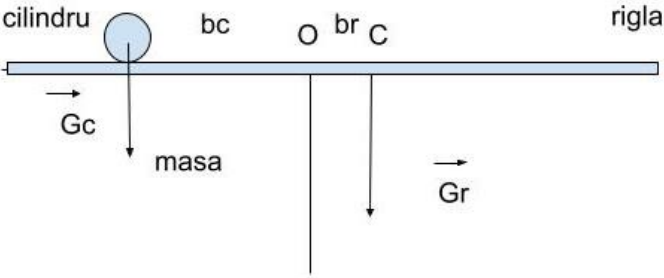
x (cm)	0	1	2	3	4	$\mu=0,0565$
d (cm)	0	8,5	17	23	32	



- calculul $k = \frac{d}{x}$ din grafic și
- calculul corect al coeficientului de frecare, care trebuie să se încadreze în limitele $\mu = 0,040 \div 0,080$ 0,5 p
- dacă elevul obține un coeficient de frecare în afara limitelor considerate mai sus, dar calculele sunt corecte și rezultatul este apropiat de limitele considerate, se acordă doar 0,5 p. 0,5 p
- calculul corect al randamentului rampei utilizând coeficientul de frecare determinat anterior. Randamentul trebuie să se încadreze în limitele $\eta = 0,800-0,990$
- dacă elevul obține un randament în afara limitelor considerate mai sus, dar calculele sunt corecte și rezultatul este apropiat de limitele considerate se acordă doar 0,3 p. 0,4 p
- explicația valorii acestuia (coeficient de frecare foarte mic, forță de frecare mică). 0,2 p
- dacă elevul obține $\eta \geq 1$, nu se acordă punctajul
- calculul energiei cinetice maxime pe unitate de masă 0,4 p

<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{E_{c,max}}{m} = gx(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ care trebuie să se încadreze între limitele $\frac{E_{c,max}}{m} = 0,18 \div 0,32 \text{ J/kg}$ • dacă elevul obține o valoare în afara intervalului considerat, dar calculele sunt corecte și rezultatul este apropiat de limitele considerate, se acordă doar 0,3 p 		
<p>4) Precizarea principalelor surse de erori (minim trei) și soluții pentru reducerea acestora.</p> <p>-pentru trei surse de erori și soluții de îmbunătățire corespunzătoare (ex: aproximări de calcul, clasa de precizie a riglei, neglijarea forței de rezistență a aerului, suprafață care nu este perfect orizontală, rampa care nu este perfect construită etc.)</p> <ul style="list-style-type: none"> • dacă elevul identifică o singură sursă și soluție de îmbunătățire corespunzătoare se acordă 0,3 p, iar pentru două surse de erori 0,6 p. 	1 p	1 p

Subiectul II: O balanță ...ingenioasă!

Subiectul II (10 p)	Punctaj parțial	Punctaj total
<p>1) Fundamentarea teoretică a fenomenului studiat.</p> <p>-realizarea desenului cu dispozitivul experimental utilizat</p> 	0,5 p	3 p

<p>- scrierea corectă a condițiilor de echilibru la rotație și deducerea expresiei masei cilindrului în funcție de masa riglei:</p> $M_{G_r} = M_{G_c}$ $M_{G_r} = G_r \cdot b_r$ $M_{G_c} = G_c \cdot b_c$ $m_c = \frac{b_r \cdot G_r}{b_c} \quad (1)$ <p>-descrierea unei metode de determinarea diametrului cilindrului cu eroare relativă mai mică de 10%:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● se rupe bețișorul în 3 bucăți și se măsoară 3 diametre sau ● se rostogolește bețișorul pe suprafața de lucru (n rostogoliri), se măsoară lungimea segmentului obținut (L) și se calculează diametrul cu formula: $d = \frac{L}{n\pi}$ <p>- determinarea formulei volumului cilindrului din lemn care are diametrul $d=4$ mm și $h=(100-103)$ mm (dimensiunile trebuie determinate de elev):</p> $V = S \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h \quad (2)$ <p>- scrierea corectă a densității cilindrului: $\rho = \frac{\overline{m_c}}{V} \quad (3)$</p>	<p>0,3 p 0,2 p 0,2 p 0,3 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p>																									
<p>2) Descrierea modului de lucru.</p> <ul style="list-style-type: none"> - se determină centrul de greutate al riglei prin sprijinirea acesteia de marginea rampei și căutarea poziției de echilibru; - se scoate rigla din poziția de echilibru și se așază cilindrul din lemn astfel încât rigla să se echilibreze din nou; - se determină brațele forțelor de greutate ale riglei și cilindrului - se trec datele în următorul tabel: <table border="1" data-bbox="304 1597 1093 1944"> <thead> <tr> <th>Nr det.</th> <th>m_r (g)</th> <th>b_r (mm)</th> <th>b_c (mm)</th> <th>m_c (g)</th> <th>$\overline{m_c}$ (g)</th> <th>Δm_c (g)</th> <th>$\overline{\Delta m_c}$ (g)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Nr det.	m_r (g)	b_r (mm)	b_c (mm)	m_c (g)	$\overline{m_c}$ (g)	Δm_c (g)	$\overline{\Delta m_c}$ (g)	1								2								<p>0,2 p 0,3 p 0,2 p 0,5 p</p>	<p>2 p</p>
Nr det.	m_r (g)	b_r (mm)	b_c (mm)	m_c (g)	$\overline{m_c}$ (g)	Δm_c (g)	$\overline{\Delta m_c}$ (g)																			
1																										
2																										

<table border="1" style="width: 100%; height: 40px;"> <tr> <td style="width: 12.5%; text-align: center;">3</td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> <td style="width: 12.5%;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>- se calculează: $\overline{m_c} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{4}$</p> <p>- se calculează erorile și eroarea medie</p> <p>- se exprimă masa cilindrilor: $m_c = \overline{m_c} \pm \overline{\Delta m_c}$</p> <p>- se măsoară dimensiunile cilindrilor: diametrul și înălțimea și se calculează volumul cu formula (2)</p> <p>- se calculează densitatea cu formula (3).</p>	3								4								<p>0,1 p</p> <p>0,2 p</p> <p>0,1 p</p> <p>0,2 p</p> <p>0,2 p</p>	
3																		
4																		
<p>3) Rezultatele măsurătorilor și calculul masei cilindrilor</p> <ul style="list-style-type: none"> - tabelul cu date experimentale conceput de elevi, - completarea tabelului cu date experimentale măsurate corect; - calculul erorilor și exprimarea corectă a masei cilindrilor care trebuie să se încadreze între limitele: $\overline{m_c} = (0,600 - 0,900)g$ <ul style="list-style-type: none"> - dacă elevul găsește masa cilindrilor sub 1g , dar în afara limitelor considerate, va primi doar 0,7 p - calculul corect al volumului cilindrilor care trebuie să se încadreze în limitele $V = (1,256 - 1,294)cm^3$ - dacă elevul calculează corect volumul, dar nu se încadrează în limitele considerate, va primi doar 0,75p - calculul corect al densității cilindrilor de la subiectul I care trebuie să se încadreze între limitele: $\rho = (0,460 - 0,720)g/cm^3$ <ul style="list-style-type: none"> - dacă elevul calculează corect densitatea și găsește o valoare subunitară, dar nu se încadrează în limitele considerate, va primi doar 0,75p - Dacă obține o densitate $\rho > 1g/cm^3$ -nu se acordă punctajul pentru calculul densității 	<p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p> <p>1 p</p>	4 p																
<p>4) Precizarea principalelor surse de erori (minimum trei erori) și soluții pentru reducerea acestora (ex. clasa de precizie a riglei, aproximări de calcul, erori de citire, suprafață care nu este perfect orizontală)</p> <ul style="list-style-type: none"> - pentru o singură sursă și soluție de îmbunătățire corespunzătoare se acordă 0,3 p, - pentru două surse de erori și o soluție de îmbunătățire corespunzătoare se acordă 0,6 p. 	1 p	1 p																

Notă: Se va lua în considerare orice rezolvare corectă a subiectelor care respectă cerințele enunțate.		
---	--	--

Bareme propuse de:

prof. **Stenuța Tița GALL**, Școala Gimnazială nr. 5 Brașov

Clasa a VIII-a Proba practică Măsurători calorimetrice

Pentru desfășurarea probei în condiții de sănătate și securitate în muncă:

- organizați ergonomic locul de muncă;
- manipulați cu atenție termometrul având grijă să nu se spargă;
- manipulați cu atenție toate componentele dispozitivului experimental pentru a evita deteriorarea acestora;
- nu fierbeți apa pentru a evita arsurile cu stropi de apă;
- respectați disciplina de lucru și normele de sănătate și securitate în muncă mai ales cele referitoare la manipularea unor obiecte și lichide fierbinți.

Realizați o lucrare scrisă care să cuprindă rezolvarea cerințelor de la subiectele I, II și III.

Atenție: Pagina 3 din 3 din enunț (anexa) conține două tabele pe care le veți completa, fără a le copia pe foaia de lucru. Această pagină o veți preda împreună cu foaia de lucru și o veți numerota corespunzător. Nu vă scrieți numele pe această pagină!

Subiectul I – Capacitatea calorică a unui sistem format din mini-termos și termometru (3 puncte)

Presupunând că aveți la dispoziție un mini-termos cu termometru, sursă de căldură, cilindru gradat, apă și un vas pentru încălzirea apei, imaginați-vă experimentul în urma căruia ați obține datele experimentale din anexă, în care t reprezintă temperatura inițială a termosului, t_a temperatura inițială a apei, iar ϑ temperatura de echilibru și rezolvați cerințele acestei părți.

Cerințe:

- (0,50 p)** Scrieți noțiunile teoretice cu care veți lucra pentru completarea tabelului: formula capacității calorice, ecuația calorimetrică a experimentului imaginat și expresia capacității calorice a sistemului format din mini-termos (vas + capac) și termometru care rezultă din aceasta;
- (1,00 p)** Descrieți etapele experimentului;
- (1,50 p)** Prelucrați datele experimentale din tabel și calculați valoarea medie a capacității calorice a sistemului menționat la subpunctul a), valoare pe care o veți folosi la Subiectul II.

Subiectul II – Determinarea căldurii specifice a unui corp solid (11 puncte)

Aveți la dispoziție următoarele materiale: mini-termos cu termometru având capacitatea calorică medie determinată la Subiectul I, apă ($\rho_a = 1000 \text{ kg/m}^3$), cilindru gradat, sursă de încălzire, corp cu căldura specifică necunoscută. Corpul are masă $m = 0,100 \text{ kg}$ și este legat cu sfoară. Descrieți și realizați un experiment pentru determinarea căldurii specifice a corpului urmărind rezolvarea cerințelor acestei părți. Asigurați-vă că, în timpul experimentului, apa va fi încălzită în intervalul $70,0 \text{ }^\circ\text{C}$ - $80,0 \text{ }^\circ\text{C}$, iar cantitatea de apă utilizată la fiecare determinare se înscrie în intervalul $100 - 200 \text{ ml}$.

Cerințe:

- a) (0,25 p) Scrieți ecuația calorimetrică a experimentului;
- b) (0,25 p) Rezolvați ecuația calorimetrică și scrieți formula căldurii specifice necunoscute;
- c) (1,50 p) Descrieți un experiment pentru determinarea căldurii specifice a corpului pus la dispoziție;
- d) (5,00 p) Realizați experimentul descris și completați un tabel cu datele experimentale înregistrate pentru minim 5 determinări;
- e) (3,00 p) Prelucrați datele experimentale și calculați valorile individuale ale căldurii specifice și valoarea medie a căldurii specifice;
- f) (0,25 p) Scrieți rezultatul sub forma $c = c_{\text{med}} \pm \Delta c_{\text{med}}$
- g) (0,75 p) Indicați trei surse de erori.

Subiectul III Ajutați-l pe George! (6 puncte)

George, elev în clasa a VIII-a, își propune să observe modul în care variază temperatura unui lichid atunci când în acesta cad picături identice de zinc, aflat la temperatura de topire. Pentru aceasta, el pregătește mai multe calorimetre identice, de capacitate calorică necunoscută lui, în care toarnă cantități egale de lichid și măsoară, în toate, temperatura inițială de echilibru $t_0 = 20,0 \text{ }^\circ\text{C}$, urmând ca în fiecare să adauge un număr diferit de picături identice de zinc. În primul, adaugă o picătură de masă m de zinc aflat la temperatura de topire, $t = 420,0 \text{ }^\circ\text{C}$ și așteaptă stabilirea echilibrului termic care se realizează la

$t_1 = 40,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Toate aceste date experimentale au fost trecute de George în tabelul din fișa anexă (Subiectul III).

O situație neprevăzută l-a împiedicat pe George să-și continue studiul experimental. Ajutați-l pe George în finalizarea studiului său prin rezolvarea cerințelor acestei părți.

Cerințe:

- a) (0,25 p) Descrieți, pe scurt, fenomenul implicat în studiul experimental prezentat;
- b) (5,75 p) Completați tabelul pentru acest subiect din fișa anexă cu valorile temperaturilor în funcție de numărul picăturilor, descriind algoritmul de calcul.

Se cunosc: căldura specifică a zincului solid $c = 390 \text{ J}/(\text{kgK})$ și căldura latentă specifică de topire a zincului $\lambda = 112 \text{ kJ}/\text{kg}$.

Sugestie pentru notarea temperaturii: indicele temperaturii să coincidă cu numărul picăturilor.

Probleme propuse de:

prof. Dan PRUTEANU – Colegiul de Științe ale Naturii „Emil Racoviță” Brașov

prof. Elena-Simona SPÎNU – Colegiul de Științe „Grigore Antipa” Brașov

Anexă - tabele cu date experimentale

Subiectul I

Nr. det.	$t / ^\circ\text{C}$	m_a / kg	$t_a / ^\circ\text{C}$	$\theta / ^\circ\text{C}$	$c_a / \text{J} / (\text{kg K})$	$C / \text{J} / \text{K}$	$C_{\text{med}} / \text{J} / \text{K}$
1	24,0	0,14	74,0	62,5	4180		
2	26,0	0,15	72,0	61,5			
3	23,0	0,16	77,0	65,5			
4	23,0	0,18	77,0	66,0			
5	25,5	0,19	78,5	68,0			

Subiectul III

Număr de picături	0	1	2	3	4	9
Temperatura ($^\circ\text{C}$)	20,0	40,0				

Clasa a VIII-a - Barem de evaluare și notare

	Parțial	Punctaj
Barem Subiectul I		3 p
d) Noțiunile teoretice cerute: ➤ Formula capacității calorice $C = \frac{Q}{\Delta t}$ ➤ Ecuația calorimetrică a experimentului Apa fierbinte va ceda căldură iar sistemului format din mini-termos (vas + capac) și termometru va primi căldură. $m_a c_a (t_a - \theta) = C(\theta - t)$	0,10p	0,25p
➤ Expresia capacității calorice a calorice sistemului format din mini-termos (vas + capac) și termometru $C = \frac{m_a c_a (t_a - \theta)}{(\theta - t)}$	0,15p	0,25p
e) Descrierea etapelor experimentului ➤ Citirea indicației termometrului pus în mini-termos și notarea acesteia în tabel (t); ➤ Măsurarea unei cantități de apă, notarea masei în tabel (m_a) și încălzirea apei; ➤ Măsurarea temperaturii apei încălzite (t_a) și transferarea acesteia cu rapiditate în mini-termos; ➤ Urmărirea indicației termometrului din mini-termos și citirea temperaturii de echilibru (θ); ➤ Repetarea măsurătorilor cu alte cantități de apă și/sau alte t_a .	1p (5 x 0,2p/etapă)	1p
f) Prelucrarea datelor experimentale din tabel și calcularea valorii medii a capacității calorice (C) ➤ Calcularea valorilor capacităților calorice C_i $C_1 = 174,8 \text{ J/k}$, $C_2 \in [185,4 - 185,5] \text{ J/k}$, $C_3 = 181,0 \text{ J/k}$, $C_4 = 192,5 \text{ J/k}$, $C_5 = 196,2 \text{ J/k}$ ➤ Calcularea valorii medii $C \in [185,9 - 186,1] \text{ J/k}$	1p (5x0,2p pentru fiecare C_i) 0,5p	1,5p
	Parțial	Punctaj
Barem Subiectul II		11 p
a) Scrierea ecuației calorimetrice a experimentului. $mc(t - \theta) = C(\theta - t_a) + m_a c_a (\theta - t_a)$	0,25p	0,25p
b) Rezolvarea ecuației calorimerice și scrierea formulei căldurii specifice necunoscute $c = \frac{(C + m_a c_a)(\theta - t_a)}{m(t - \theta)}$	0,25p	0,25p
c) Descrierea experimentului pentru determinarea căldurii specifice a corpului pus la dispoziție; ➤ Se măsoară o anumită cantitate de apă, se pune în mini-termos; ➤ Se așază corpul într-un vas cu apă și se încălzește odată cu apa;	0,2p 0,2p	1,5p

<ul style="list-style-type: none"> ➤ Cât timp se încălzește corpul se măsoară temperatura de echilibru a apei și mini-termosului (t_a); ➤ Când apa din vas are temperatura în intervalul 70 °C- 80 °C se citește temperatura apei din vas (t), apoi se mută imediat corpul în termos și se închide capacul; ➤ Se readuce rapid termometrul aproximativ la temperatura camerei și se reintroduce în mini-termos; ➤ Se urmărește indicația termometrului din mini-termos și se citește temperatura de echilibru ϑ ; ➤ Se repetă măsurătorile de cel puțin 4 ori cu alte cantități de apă. 												0,2p		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Când apa din vas are temperatura în intervalul 70 °C- 80 °C se citește temperatura apei din vas (t), apoi se mută imediat corpul în termos și se închide capacul; 												0,2p		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se readuce rapid termometrul aproximativ la temperatura camerei și se reintroduce în mini-termos; 												0,3p		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se urmărește indicația termometrului din mini-termos și se citește temperatura de echilibru ϑ ; 												0,2p		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se repetă măsurătorile de cel puțin 4 ori cu alte cantități de apă. 												0,2p		
g) Realizarea experimentului propus și completarea unui tabel cu date experimentale.														
Nr. det.	m_a/kg	m/kg	t_a/°C	t/°C	θ /°C	c_a/J/(kg K)	C/J/K	c/J/(kg K)	c_{med}/J/(kg K)	Δc/J/(kg K)	Δc/J/(kg K)	1p pentru fiecare set de determinări experimentale fără calcule	5p	
1						Valoarea obținută la A								
2														
3														
4														
5														
h) Prelucrarea datele experimentale și calcularea căldurii specifice medii														
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Pentru valori ale lui c_{med} cuprinse între 493 J/(kg K) și 606 J/(kg K) ➤ Pentru valori ale lui c_{med} cuprinse între 466 J/(kg K) și 633 J/(kg K) (fără intervalul anterior) ➤ Pentru alte valori pozitive ale lui c_{med} necuprinse în intervalele anterioare 												Se acordă un singur punctaj 3p 1,5p 0,5p		Maxim 3p
i) Scrierea rezultatului sub forma cerută $c = c_{med} \pm \Delta c_{med}$;												0,25p		0,25p
j) Indicarea a trei surse de erori:														
<ul style="list-style-type: none"> ➤ vizarea oblică a nivelului lichidului din termometru; ➤ vizarea oblică a nivelului apei din cilindru gradat; ➤ citirea temperaturii înainte de atingerea echilibrului; ➤ acuitatea vizuală defectuoasă a candidatului; ➤ pierderi de căldură în timpul manipulării corpurilor încălzite; ➤ pierderi de căldură datorate imperfecțiunii izolației; ➤ timpii de răcire pentru termometru; ➤ variația temperaturii camerei. 												0,75p (3x0,25p fiecare)		0,75
												Parțial		Punctaj
Barem Subiectul III														6 p
c) Descrierea fenomenului														
Introducând picături de zinc, la temperatura de topire, în lichidul din calorimetru, acestea se solidifică și se răcesc până la temperatura de echilibru prin cedare de căldură, iar calorimetrul cu lichid se încălzește deoarece primește căldură.												0,25p		0,25p

d) Completarea tabelul din fișa anexă (Subiectul C) cu valorile temperaturilor pe care le-ar fi putut măsura George, descriind algoritmul de calcul

Număr de picături	0	1	2	3	4	9
Temperatura (°C)	20,0	40,0	58,9	76,7	93,6	166

- Ecuația calorimetrică rezultată din experimentul lui George după introducerea unei picături care s-a solidificat și răcit până la t_1

$$C(t_1 - t_0) = m[\lambda + c(t - t_1)]$$

0,25p

- Ecuația calorimetrică ce ar fi rezultat dacă George ar fi lăsat să cadă, în alt calorimetru, identic cu primul, 2 picături care ar fi urmat să se solidifice și să se răcească, atingând echilibrul la t_2

$$C(t_2 - t_0) = 2m[\lambda + c(t - t_2)]$$

0,25p

- Rezolvarea sistemul format din cele două ecuații calorimetrice - prin împărțirea celor două ecuații calorimetrice termen cu termen se simplifică mărimile necunoscute C și m.

$$\frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{\lambda + c(t - t_1)}{2[\lambda + c(t - t_2)]}$$

0,25p

- Se obține următoarea expresie matematică pentru t_2

$$t_2 = \frac{\lambda(2t_1 - t_0) + c[2t(t_1 - t_0) + t_0(t - t_1)]}{\lambda + c[2(t_1 - t_0) + t - t_1]}$$

0,5p

și următoarea valoare numerică

$$t_2 = 58,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

0,5p

- Dacă în alt calorimetru, identic cu primul, se introduc 3 picături, rezultă ecuația calorimetrică

$$C(t_3 - t_0) = 3m[\lambda + c(t - t_3)]$$

0,25p

- Aceasta formează sistem cu ecuația obținută de George

$$\frac{t_1 - t_0}{t_3 - t_0} = \frac{\lambda + c(t - t_1)}{3[\lambda + c(t - t_3)]}$$

0,25p

- Se obține următoarea expresie matematică pentru t_3

$$t_3 = \frac{\lambda(3t_1 - 2t_0) + c[3t(t_1 - t_0) + t_0(t - t_1)]}{\lambda + c[3(t_1 - t_0) + t - t_1]}$$

0,5p

și următoarea valoare numerică

$$t_3 = 76,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

0,5p

- Pentru 4 picături se consideră starea inițială cea cu 2 picături, astfel că în raportul primelor două ecuații calorimetrice prin înlocuirea lui t_1 cu t_2 și a lui t_2 cu t_4 rezultă

$$\frac{t_2 - t_0}{t_4 - t_0} = \frac{\lambda + c(t - t_2)}{2[\lambda + c(t - t_4)]}$$

0,25p

- Se obține următoarea expresie matematică pentru t_4

$$t_4 = \frac{\lambda(2t_2 - t_0) + c[2t(t_2 - t_0) + t_0(t - t_2)]}{\lambda + c[2(t_2 - t_0) + t - t_2]}$$

0,5p

și următoarea valoare numerică

$$t_4 = 93,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

0,5p

- Pentru 9 picături

$$\frac{t_3 - t_0}{t_9 - t_0} = \frac{\lambda + c(t - t_3)}{3[\lambda + c(t - t_9)]}$$

0,25p

- Se obține următoarea expresie matematică pentru t_9

5,75p

$t_9 = \frac{\lambda(3t_3 - 2t_0) + c[3t(t_3 - t_0) + t_0(t - t_3)]}{\lambda + c[3(t_3 - t_0) + t - t_3]}$ și următoarea valoare numerică $t_9 = 166,0 \text{ } ^\circ\text{C}$	0,5p		
	0,5p		

Bareme propuse de:
prof. Dan PRUTEANU – Colegiul de Științe ale Naturii „Emil Racoviță” Brașov
prof. Elena-Simona SPÎNU – Colegiul de Științe „Grigore Antipa” Brașov

Clasa a IX-a Proba practică

Subiectul I. Determinarea modulului de elasticitate al unui fir elastic de diametru cunoscut

Experimentul are drept scop determinarea modulului de elasticitate pentru un fir de cupru de diametru $d=0,08$ mm. Materialele necesare sunt:

- 2 fire de cupru;
- o riglă din plastic;
- cârlig cu greutate crestate (sau mase marcate cu sistem de suspendare);
- 2 tije metalice paralele;
- 2 cleme pentru fixarea orizontală a firelor;
- 2 suporturi identici.

INDICAȚIE: unul dintre fire va fi folosit ca nivel de referință pentru măsurarea mărimii deformației x a celuilalt fir.

Se vor efectua minim 5 măsurători, pentru mase diferite, iar datele obținute vor fi trecute într-un tabel, împreună cu calculul erorii relative medii pe setul de măsurători efectuate.

Cerințele lucrării sunt următoarele:

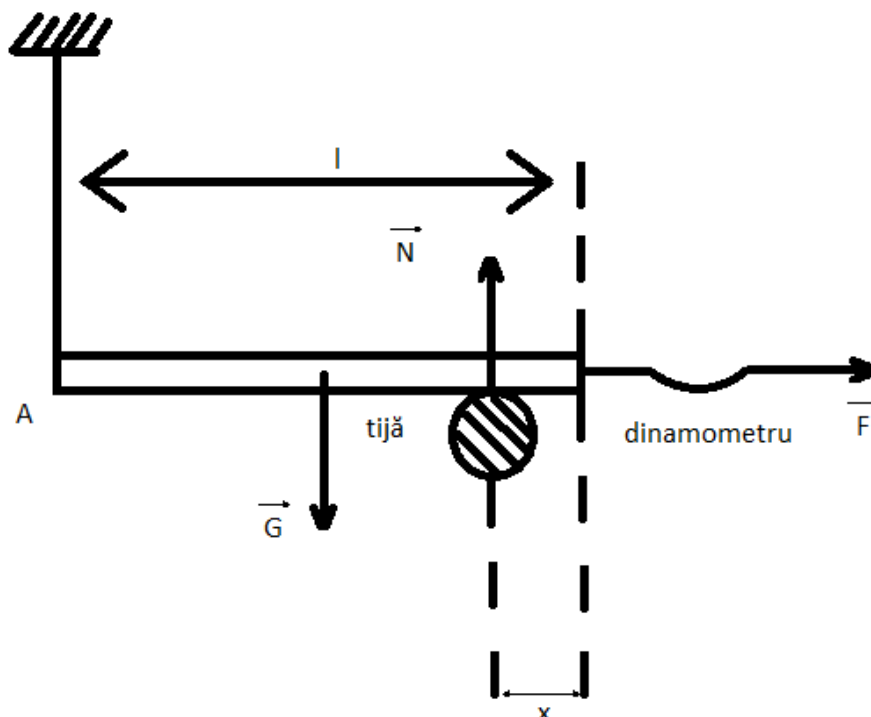
1. **(2,0p)** să se deducă relația pe baza căreia se determină modulul de elasticitate al materialului din care este confecționat firul (principiul metodei);
2. **(2,0p)** să se descrie modul de lucru;
3. **(3,0p)** să se completeze un tabel cu datele experimentale;
4. **(1,5p)** să se efectueze calculul erorilor;
5. **(1,5p)** să se precizeze trei surse de erori.

Subiectul II. Determinarea experimentală a coeficientului de frecare la alunecare

Materiale necesare:

- 2 suporturi cu tije verticale;
- dinamometru;
- cleme (menghine) pentru fixat tijele neuniforme;
- riglă;
- 2 tije metalice orizontale (una mai scurtă, cealaltă de 20 cm);
- o scândură cu cârlige la capete;
- fir inextensibil.

Se va folosi metoda experimentală propusă mai jos pentru determinarea coeficientului de frecare dintre scândura dată și metal (o tijă de 20cm).



Scândura fiind echilibrată în poziție orizontală, ca în figură, condiția de echilibru la rotație față de punctul A este:

$$N(l - x) = Gl/2$$

Cerințele lucrării sunt următoarele:

1. **(1,0p)** să se deducă relația care exprimă dependența coeficientului de frecare lemn (scândura) - metal (tija de 20 cm) de distanța x (principiul metodei), atunci când asupra scândurii acționează forța orizontală F (vezi figura);
2. **(1,5p)** să se completeze un tabel cu datele experimentale;
3. **(1,0p)** să se determine valoarea coeficientului de frecare la alunecare lemn-metal pentru fiecare măsurătoare efectuată și să se completeze în tabel;

4. **(1,25p)** să se efectueze calculul erorilor pentru rezultatele obținute și notate în tabel, iar valoarea lui μ să se scrie sub forma $\mu = \bar{\mu} \pm \Delta\bar{\mu}$;
5. **(2,0p)** să se realizeze graficul $G/F = f(x)$; **Atenție!** Foaia de hârtie milimetrică se predă cu lucrarea: **NU O SEMNA!**
6. **(1,0p)** să se determine valoarea coeficientului de frecare la alunecare lemn-metal din grafic;
7. **(0,75p)** să se precizeze trei surse de erori.

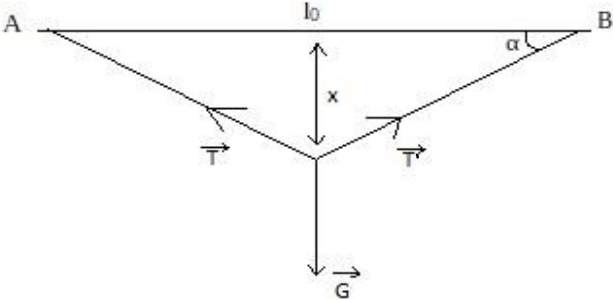
Pe baza experimentului realizat, să se răspundă la următoarele întrebări:

- I. **(0,5p)** De ce nu este indicat să facem o singură determinare?
- II. **(1,0p)** Care sunt avantajele și dezavantajele metodei utilizate pentru determinarea coeficientului de frecare la alunecare lemn-metal?

INDICAȚIE: puteți trasa direct pe scândură cu creionul valori pentru x .

Subiecte propuse de:
prof. **Elena NENIU**, Colegiul „Nicolae Titulescu” Brașov
prof. **Rareș VOROVENCI**, Centrul Județean de Excelență Brașov

Subiectul I

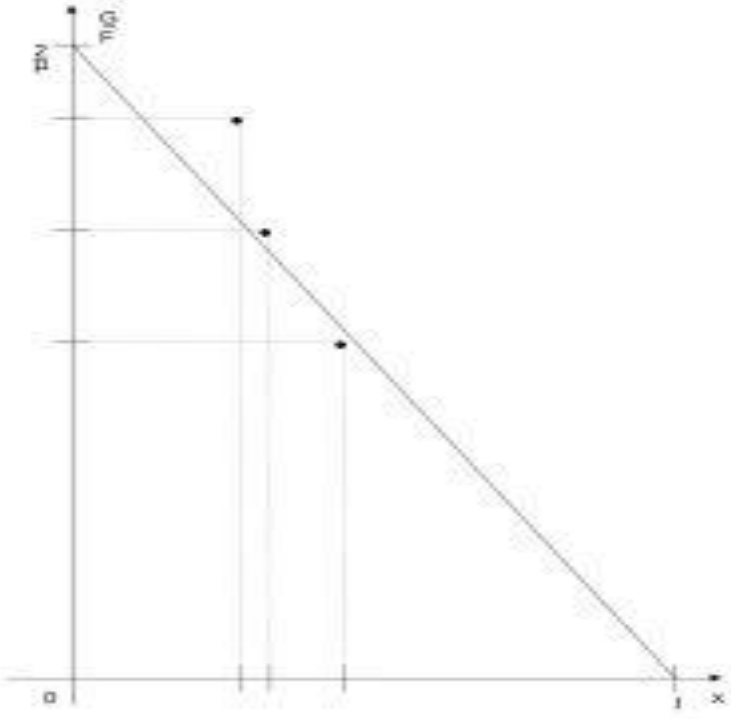
Nr	Etapa de rezolvare	Partial	Punctaj														
1.	<p><i>Deducerea relației pe baza căreia se determină modulul de elasticitate al materialului din care este confecționat firul (principiul metodei).</i></p>  <p>$G=2T_y; \quad G= 2T\sin\alpha;$</p> <p>$\sin\alpha=x/\sqrt{(l_0^2/4+x^2)}$</p> <p>$\frac{T}{S}=E(\Delta l/l_0)$</p> <p>$E = Gl_0\sqrt{(l_0^2/4+x^2)}/2xS(2\sqrt{(l_0^2/4+x^2)} - l_0) \quad (1)$</p>	<p>0,5p</p> <p>0,5p</p> <p>1,0p</p>	2p														
2	<p><i>Descrierea modului de lucru.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Se suspendă de unul din fire cârligul cu mase marcate; 2. se măsoară valorile lui x corespunzătoare diferitelor valori ale maselor marcate 3. se calculează E cu formula (1). 4. se repetă etapele 1 – 3 de minim 5 ori, pentru mase diferite ; 	<p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p>	2p														
3	<p><i>Completarea tabelului cu date experimentale și calcularea valorii medii a modulului de elasticitate E al materialului din care e confecționat firul.</i></p> <table border="1" data-bbox="317 1825 1098 1939"> <thead> <tr> <th>Nr. crt</th> <th>$m(Kg)$</th> <th>$x(m)$</th> <th>E</th> <th>\bar{E}</th> <th>ΔE</th> <th>$\overline{\Delta E}$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	Nr. crt	$m(Kg)$	$x(m)$	E	\bar{E}	ΔE	$\overline{\Delta E}$								(5x0,6p)	3 p
Nr. crt	$m(Kg)$	$x(m)$	E	\bar{E}	ΔE	$\overline{\Delta E}$											
4	<p><i>Calculul erorilor și exprimarea rezultatului final sub forma $E=\bar{E} \pm \Delta \bar{E}$</i></p>	0,5p	1,5p														

	<p><i>Pentru scrierea rezultatului final în forma cerută: Pentru valori ale lui $E \in (10-11) \times 10^{10} \text{Pa}$ se acordă: Pentru valori ale lui $E \in (9-12) \times 10^{10} \text{Pa}$ (în afara primului interval) se acordă: Pentru valori în afara acestor intervale :</i></p>	<p>1p 0,5p 0p</p>	
5	<p><i>Precizarea a 3 surse de erori. - eroare de paralaxă față de reperul ales; - eroare de paralaxă la citire; - eroare datorată faptului că firele nu au fost foarte bine întinse la momentul inițial; - eroare datorată neomogenității firului; - erori de calcul; - erori de aproximație.</i></p>	(3x0,5p)	1,5 p
TOTAL		10p	

Subiectul II

Nr	Etapa de rezolvare	Partial	Punctaj																				
1.	<p><i>Deducerea relației pe baza căreia se determină coeficientul de frecare la alunecare lemn-metal (principiul metodei).</i></p> <p>Din condiția de echilibru inițial a sistemului scândură-tijă:</p> $N(1-x) = Gl/2,$ <p>determinăm expresia coeficientului de frecare:</p> $\mu = (F/G)2(1-x/l)$	1,0p	1p																				
2	<p><i>Completarea tabelului cu date experimentale</i></p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Nr. măs</th> <th>G(N)</th> <th>F(N)</th> <th>G/F</th> <th>x(m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Observație: se va preciza că măsurătorile au fost efectuate după reglarea dinamometrului la 0 în poziția orizontală</p>	Nr. măs	G(N)	F(N)	G/F	x(m)	1.					2.					3.					(3x0,4p) 0,3p	1,50p
Nr. măs	G(N)	F(N)	G/F	x(m)																			
1.																							
2.																							
3.																							

3	<i>Determinarea coeficientului de frecare la alunecare din formulă și a valorii medii a coeficientului de frecare .</i>						(3x0,25p) 1x0,25p	1p				
	Nr. măsur	G(N)	F(N)	G/F	x(m)	μ			μ_m			
	1.											
	2.											
4	<i>Completarea tabelului cu valorile obținute pentru erori și exprimarea valorii coeficientului de frecare la alunecare sub forma:</i> $\mu = \bar{\mu} \pm \overline{\Delta\mu}$						0,5p (3x0,25)	1,25 p				
	Nr. măsur	G(N)	F(N)	G/F	x(m)	μ			μ_m	$\Delta\mu$	$\Delta\mu_m$	$\varepsilon(\%)$
	1.											
	2.											
3.												

5	<p>5. Realizarea graficului $G/F=f(x)$</p>  <p><i>-pentru alegerea corectă a axelor: ordonata- G/F, abscisa- x</i></p> <p><i>-alegerea scalei potrivite</i></p> <p><i>-stabilirea punctelor de intersecție cu axele (vezi graficul)</i></p> <p><i>-marcarea punctelor pe grafic</i></p> <p><i>-obținerea unui grafic liniar.</i></p>	1,5p	2p
6	<p>Determinarea valorii lui μ din grafic, ca panta graficului,</p> <p>$\mu = -2/(l \cdot \text{tg}\alpha)$</p> <p>Pentru valori ale lui $\mu \in (0,1-0,15)$ se acordă:</p> <p>Pentru valori ale lui $\mu \in (0,05-0,2)$ se acordă:</p>	1,0p 0,5p	1p
7	<p>Precizarea a 3 surse de erori.</p> <ul style="list-style-type: none"> - reglarea incorectă a dinamometrului la 0 în poziția orizontală - neomogenitatea suprafeței plăcuței de lemn - necoordonarea între citirea indicației dinamometrului și a valorii lui x corespunzătoare de pe scândură - poziția incorectă- înclinarea față de orizontală a scândurii la momentul începerii experimentului - eroare de paralaxă la citire. 	(3x0,25p)	0,75 p
1	<p>O singură determinare nu permite realizarea reprezentării grafice</p> <p>Mai multe măsurători cresc precizia determinării valorii coeficientului de frecare la alunecare</p>	0,5p	0,5p

Clasa a X-a Proba practică

Atenție: Pagina 4 din 5 din enunț (anexa 1) conține un tabel pe care îl vei completa, fără a-l copia pe foaia de lucru. Această pagină o vei preda împreună cu foaia de lucru și o vei numerota corespunzător. Nu îți vei scrie numele pe această pagină!

Subiectul I: „Proteine” (10 puncte)

A. (6,25 p) În cadrul unui proiect, Raluca, Miruna, Sabina și Robert, elevi în clasa a X-a, și-au propus să determine valoarea energetică pentru următoarele produse alimentare: caju și arahide, bazându-se pe transferul de căldură de la un corp la altul. Pentru aceasta au folosit următoarele materiale de lucru: senzor de temperatură, laptop, bec de gaz, 6 eprubete din sticlă, cântar electronic, clește din lemn, pensetă metalică, apă și cilindru gradat.

Pentru fiecare determinare au turnat 10 ml de apă într-o eprubetă din sticlă și au introdus senzorul de temperatură în apa din eprubetă, măsurând temperatura inițială și finală a apei. Pentru fiecare produs alimentar au cântărit masa acestuia și apoi au aprins produsul alimentar. În timpul arderii produsului alimentar, flacăra produsă a încălzit apa din eprubetă. Elevii au măsurat masa resturilor de produs rămase în urma arderii și au obținut următoarele date experimentale:

Aliment	Nr.crt	t inițial apă (grad C)	t final apă (grad C)	m inițial (g)	m final (g)
Alună (caju)	1	21,53	70,81	1,00	0,30
	2	23,22	89,90	1,20	0,20
	3	20,68	95,84	1,50	0,40
Alună de pământ (arahidă)	1	23,15	62,26	1,60	0,90
	2	19,95	83,13	1,50	0,60
	3	21,73	65,54	1,50	0,80

Considerând că transferul de căldură de la produsul alimentar la apă se realizează cu un randament de 12% și ținând cont de datele experimentale determinate de cei patru elevi:

a1. (1,00 p) Precizează patru sisteme care preiau diferența de căldură obținută ca urmare a arderii produselor alimentare.

a2. (0,75 p) Folosind notații uzuale, scrie relațiile teoretice prin care se poate deduce formula de calcul a valorii energetice pentru 100 g produs, pentru fiecare produs alimentar. Scrie denumirea fiecărei mărimi fizice utilizate.

a3. (4,50 p) Pornind de la datele experimentale prezentate mai sus, completează coloanele tabelului din anexa 1, rotunjind fiecare rezultat la sutimi (exemple: 6,427 se rotunjește la 6,43; 6,423 se rotunjește la 6,42) și calculează valoarea energetică pentru 100 g produs. Exprimă rezultatele finale în funcție de eroarea absolută medie sub forma $\bar{E} \pm \Delta \bar{E}$. Considerăm căldura specifică a apei 4186,8 J/(kg·K) și densitatea apei este 1000 kg/m³. Toate determinările experimentale se consideră valide.

O calorie (cal) este de energia necesară pentru a crește temperatura unui gram de apă cu un grad.

B. (3,75 p) Elevii și-au propus să determine tensiunea de rupere a învelișului bobului de porumb (σ_c) în timpul preparării popcornului. Tensiunea de rupere depinde de caracteristicile fizice ale bobului de porumb conform relației: $p_c = \frac{2h\sigma_c}{r}$, unde $h = 200 \mu\text{m}$ și reprezintă grosimea învelișului bobului

de porumb, p_c reprezintă presiunea critică suportată de învelișul bobului de porumb iar \bar{r} este raza medie a bobului de porumb. Elevii au folosit ecuația Clapeyron și valorile următoarelor constante: presiunea atmosferică normală ($p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa), temperatura de vaporizare a apei ($T_0 = 373$ K), masa molară a apei ($\mu = 18$ g/mol), căldura latentă specifică de vaporizare a apei ($\lambda = 2,3 \cdot 10^6$ J/kg) precum și constanta universală a gazelor

$$(R = 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}):$$

$$T_c = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{\mu\lambda} \cdot \ln \frac{p_c}{p_0}}.$$

b1. (0,75 p) Explică pe scurt cauza expandării boabelor de porumb în procesul culinar de obținere a popcorn-ului.

b2. (1,00 p) Determină raza medie a boabelor de porumb, cu ajutorul imaginii date în anexa 2. Raza bobului de porumb este egală cu raza maximă a cercului înscris în bobul de porumb. Exprimă rezultatul sub forma $\bar{r} \pm \Delta\bar{r}$. Imaginea prezentată în anexa 2 a fost realizată pe hârtie milimetrică.

b3. (2,00 p) Calculează valorile presiunii critice și a tensiunii de rupere a învelișului boabelor de porumb, știind că expandarea se realizează la temperatura critică $T_c = 451$ K.

Subiectul II: „Ulei vegetal” (10 puncte)

Metodele calorimetrice sunt metode fizice cu ajutorul cărora putem determina proprietăți termice ale unor materiale.

Scopul lucrării: Determinarea căldurii specifice pentru un tip de ulei vegetal

Materiale la dispoziție individual:

- cilindru gradat 250 ml, a cărui masă este notată pe cilindru
- ulei vegetal (500 ml)
- termometru cu alcool, cu masa notată pe teaca termometrului
- pahar Berzelius pentru gheață
- pahar Berzelius pentru recuperare lichid
- prosoape de hârtie
- agitator din lemn (atenție la capătul ascuțit)
- linguriță din plastic
- gheață (un vas cu gheață se află la catedră)

Constante cunoscute: căldura specifică a apei (4185 J/kg·K), căldura specifică a sticlei (836 J/kg·K), densitatea apei (1000 kg/m³), densitatea uleiului (930 Kg/m³)

Sarcini de lucru:

Determină căldura specifică a uleiului vegetal pe baza unor măsurători calorimetrice realizate cu ajutorul substanțelor date. Pe post de calorimetru vei folosi cilindrul gradat protejat cu manșon izolator.

Cu ajutorul materialelor puse la dispoziție, răspunde următoarelor cerințe:

- a. **(2,00 p)** Construiește un montaj care să permită determinarea căldurii specifice a uleiului vegetal și descrie în detaliu modul de lucru prin care, realizând măsurătorile necesare, poți determina căldura specifică a uleiului vegetal, presupunând că transferul de căldură între instalația experimentală și mediul înconjurător este neglijabil.

- b. (1,75 p) Folosind notații uzuale, scrie relațiile teoretice prin care se poate deduce formula de calcul a căldurii specifice a uleiului vegetal, pe baza constantelor, respectiv a mărimilor măsurate. Scrie denumirea fiecărei mărimi fizice utilizate.
- c. (5,75 p) Realizând patru seturi de măsurători după procedura descrisă, execută pe fișa de lucru un tabel de date care să includă coloane ce conțin valorile măsurate ale temperaturilor inițiale, cele ale temperaturilor de echilibru, masa de apă și masa de ulei folosite, valorile calculate pentru căldura specifică, precum și valoarea medie, erorile absolute și abaterea standard pentru această mărime.

Abaterea standard pentru o mărime fizică σ se calculează în funcție de erorile absolute și numărul total de măsurători n cu formula:

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{\sum |\Delta M|^2}{n(n-1)}}$$

Exprimă rezultatul final al măsurătorii căldurii specifice sub forma $c \pm \sigma_c$

- d. (0,50 p) Identifică 5 surse de erori prezente în experiment.

Subiecte propuse de:
prof. Gabriel ENACHE – Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă” Brașov
prof. Mirela SABĂU – Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă” Brașov

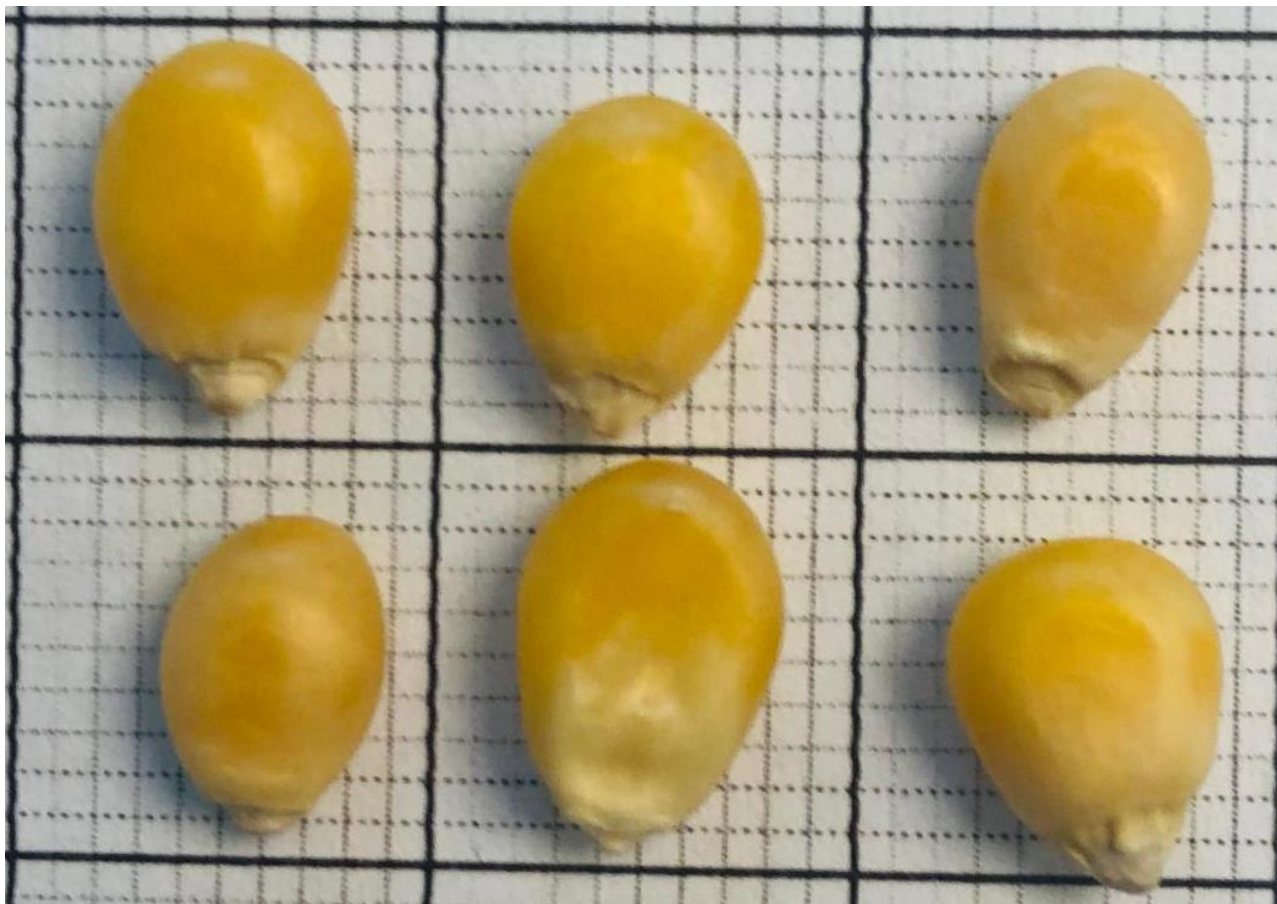
Anexa 1

Aliment	Nr. crt	t inițial apă (°C)	t final apă (°C)	m inițial (g)	m final (g)	Q primit apă (J)	Q cedat aliment (J)	Valoare Energetică E (kcal/100g)	Valoare energetică medie (kcal/100g)	Eroare absolută (kcal/100g)	Eroare absolută medie (kcal/100g)
Alună (caju)	1	21,53	70,81	1,00	0,30						
	2	23,22	89,90	1,20	0,20						
	3	20,68	95,84	1,50	0,40						
Alună de pământ (arahidă)	1	23,15	62,26	1,60	0,90						
	2	19,95	83,13	1,50	0,60						
	3	21,73	65,54	1,50	0,80						

Conținut caloric CAJU.....

Conținut caloric ARAHIDA

Anexa 2



Figyelem: Az 5. oldalon egy táblázat található, melyet ki kell töltened, anélkül, hogy a munkalapra lemásolnád. Ezt a lapot leadod a dolgozatoddal együtt és megfelelően számozod. Nem írod rá a neved erre a lapra.

I Tétel: „Fehérjék” (10 pont)

A.(6,25 p) A tízedikes diákok, Raluca, Miruna, Sabina és Robert egy pályázat keretén belül azt tűzték ki célul, hogy meghatározzák a kesudió és a földimogyoró energiatartalmát, alapul véve a két test között fellépő hőcserét. Ehhez a következőket használták: hőmérséklet érzékelőt (szenzor), laptopot, gázlámpát, 6 üveg kémcsövet, elektronikus mérleget, fa fogót, fémcsipeszt, vizet és mérőhengert. Minden egyes méréshez 10 ml vizet töltöttek egy üvegekémcsőbe és a hőmérséklet érzékelőt beleengedték a vízbe, így határozva meg a víz kezdeti és végső hőmérsékletét. Minden egyes élelmiszernek megmérték a tömegét majd meggyújtották. Az égés közben megjelenő láng felmelegítette a kémcsőben található vizet. A diákok megmérték a megmaradt égéstermékek tömegét és a következő adatokat kapták:

Élelmiszer	Sorszám	Kezdeti t vízhőmérséklet (grad C)	Végső t vízhőmérséklet (grad C)	Kezdeti m (g)	Végső m (g)
Kesudió	1	21,53	70,81	1,00	0,30
	2	23,22	89,90	1,20	0,20
	3	20,68	95,84	1,50	0,40
Földimogyoró	1	23,15	62,26	1,60	0,90
	2	19,95	83,13	1,50	0,60
	3	21,73	65,54	1,50	0,80

Feltételezve azt, hogy az élelmiszer égése alatt a víznek, csak a felszabadult hő 12% adódik át, és figyelembe véve a négy diák által megmért adatokat:

a1. (1,00 p) Jelölj meg négy rendszert, amelyek felveszik az élelmiszerek égéséből származó hő különbözetet.

a2.(0,75 p) A szokásos jelölések felhasználásával, írd le azokat az elméleti összefüggéseket, amelyekből levezethető mindegyik 100g élelmiszer energiatartalmának kiszámolásához szükséges képlet. Írd le mindegyik használt fizikai mennyiség megnevezését.

a3.(4,50 p) A fent bemutatott kísérleti eredményekből kiindulva, töltsd ki az 1-es csatolmányban (Anexa 1) található táblázat oszlopait, minden eredményt két tizedes pontosságra kerekítve (példák: 6,427-et 6,43-ra kerekíts; a 6,423-at pedig 6,42-re) és számold ki 100g termék energiatartalmát. A végső eredményeket az $\bar{E} \pm \Delta \bar{E}$ abszolút eltérés függvényében fejezd ki. A víz fajhőjét 4186,8 J/(kg·K)-nek vesszük és a víz sűrűsége pedig 1000 kg/m³. Minden

mérési eredményt érvényesnek tekintünk.

Egy kalória (cal) az a hőmennyiség, amelyik egy gramm víz hőmérsékletét egy fokkal megemeli.

B.(3,75 p) A diákok azt a célt tűzték ki, hogy meghatározzák a kukorica héjának a szakító feszültségét(σ_c) pattogatott kukorica készítése közben. A szakító feszültség függ a kukoricaszem héjának a fizikai jellemzőitől, a következő összefüggésnek megfelelően: $p_c = \frac{2h\sigma_c}{\bar{r}}$, ahol $h = 200 \mu\text{m}$ és a kukoricaszem héjának a vastagságát jelöli, p_c a kukoricaszem héja által elviselt kritikus nyomás, \bar{r} pedig a kukoricaszem átlagos sugara. A diákok a Clapeyron egyenletet és a következő állandókat használták: a normál légköri nyomást ($p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$), a víz forráspontját ($T_0 = 373 \text{ K}$), a víz móltömegét ($\mu = 18 \text{ g/mol}$), a víz párolgási fajlagos latens hőjét ($\lambda = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$), valamint az egyetemes gázállandót ($R = 8,315 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$):

$$T_c = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{\mu\lambda} \cdot \ln \frac{p_c}{p_0}}$$

b1.(0,75 p) Magyarázd el röviden mi az oka annak, hogy pattogatott kukorica készítése alatt a kukoricaszemek szétpukkannak.

b2.(1,00 p) Határozd meg a kukoricaszemek átlagsugarát, a második csatolmányban (Anexa 2) található képek segítségével. A kukoricaszem sugara megegyezik a kukoricaszembe beírható legnagyobb körnek a sugarával. Az eredményt az $\bar{r} \pm \Delta\bar{r}$ formában fejezd ki. A 2-ik csatolmányban (Anexa 2) látható képek, milliméterpapíron készültek.

b3.(2,00 p) Számold ki a kukoricaszemek héjának a kritikus nyomását és a szakítási feszültséget, tudva azt, hogy a szemek szétpukkanása a $T_c = 451 \text{ K}$ kritikus hőmérsékleten történik.

II. Tétel "Növényi olaj" (10 pont) A kalorimetriás módszerek olyan fizikai módszerek melyekkel meghatározhatjuk az egyes anyagfajták termikus tulajdonságait.

A kísérlet célja: Egy növényi olaj fajhőjének meghatározása.

Egynileg rendelkezésre álló eszközök:

- 250 ml-es mérőhenger, melynek tömegét feltüntették a hengeren
- növényi olaj (500 ml)
- alkoholos hőmérő, össztömege a hőmérő tokján látható
- berzelius pohár a jég számára
- berzelius pohár a folyadék begyűjtésére
- papírtörölő

-
- fából készült keverő (figyelj a hegyes végére)
 - műanyag kiskanál
 - jég (a jeget tartalmazó edény a katedrán található)

Ismert állandók: a víz fajhője (4185 J/kg·K), az üveg fajhője (836 J/kg·K), a víz sűrűsége (1000 kg/m³), az olaj sűrűsége (930Kg/m³)

Feladatok:

Határozd meg a növényi olaj fajhőjét kalorimetriás mérések segítségével a megadott anyagokat használva. Kaloriméterként használd a szigetelőréteggel védett mérőhengert.

A rendelkezésedre álló eszközöket felhasználva válaszolj a következő követelményekre:

- e. (2,00 p)** Állíts össze egy kísérleti eszközt, amelyik alkalmas a növényi olaj fajhőjének kísérleti meghatározására, és írd le részletesen a munkamódszert melynek alapján, elvégezve a szükséges méréseket, és meghatározhatod a növényi olaj fajhőjét feltételezve, hogy a kísérleti eszköz és a külső környezet közötti hőcsere elhanyagolható.
- f. (1,75 p)** A használatos jelölések segítségével írd fel az elméleti összefüggéseket melynek segítségével levezethető a növényi olaj fajhőjének kifejezése az állandók valamint a mért értékek függvényében. Írd le mindegyik felhasznált fizikai mennyiség megnevezését.
- g. (5,75 p)** A leírt munkamódszer alapján négy mérést elvégezve, a munkalapra szerkessz egy táblázatot, melynek oszlopai tartalmazzák a kezdeti és az egyensúlyi hőmérsékletek értékeit, a használt víz és olaj tömegét, a fajhő kiszámolt értékeit, ennek középértékét, az abszolút mérési hibát, és a tapasztalati szórást (standard deviáció).

A tapasztalati szórás (négyzetes közepes eltérés) az M fizikai mennyiség esetén kiszámítható az abszolút hiba és a végzett mérések n száma segítségével a következő képlettel:

$$\sigma_M = \sqrt{\frac{\sum |\Delta M|^2}{n(n-1)}}$$

Fejezd ki a fajhő meghatározásának végeredményét $c \pm \sigma_c$ alakban.

- h. (0,50 p)** Azonosíts 5 mérési hibát a kísérlet során.

A tételt javasolták:

prof. Gabriel ENACHE, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă” Brașov
prof. Mirela SABĂU, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă” Brașov

A tételeket fordították:

prof. Deme-Szabó Csilla, Colegiul Economic „Partenie Cosma” Oradea

prof. Faluvégi Ervin Zoltán ISJ. Sălaj

Anexa 1

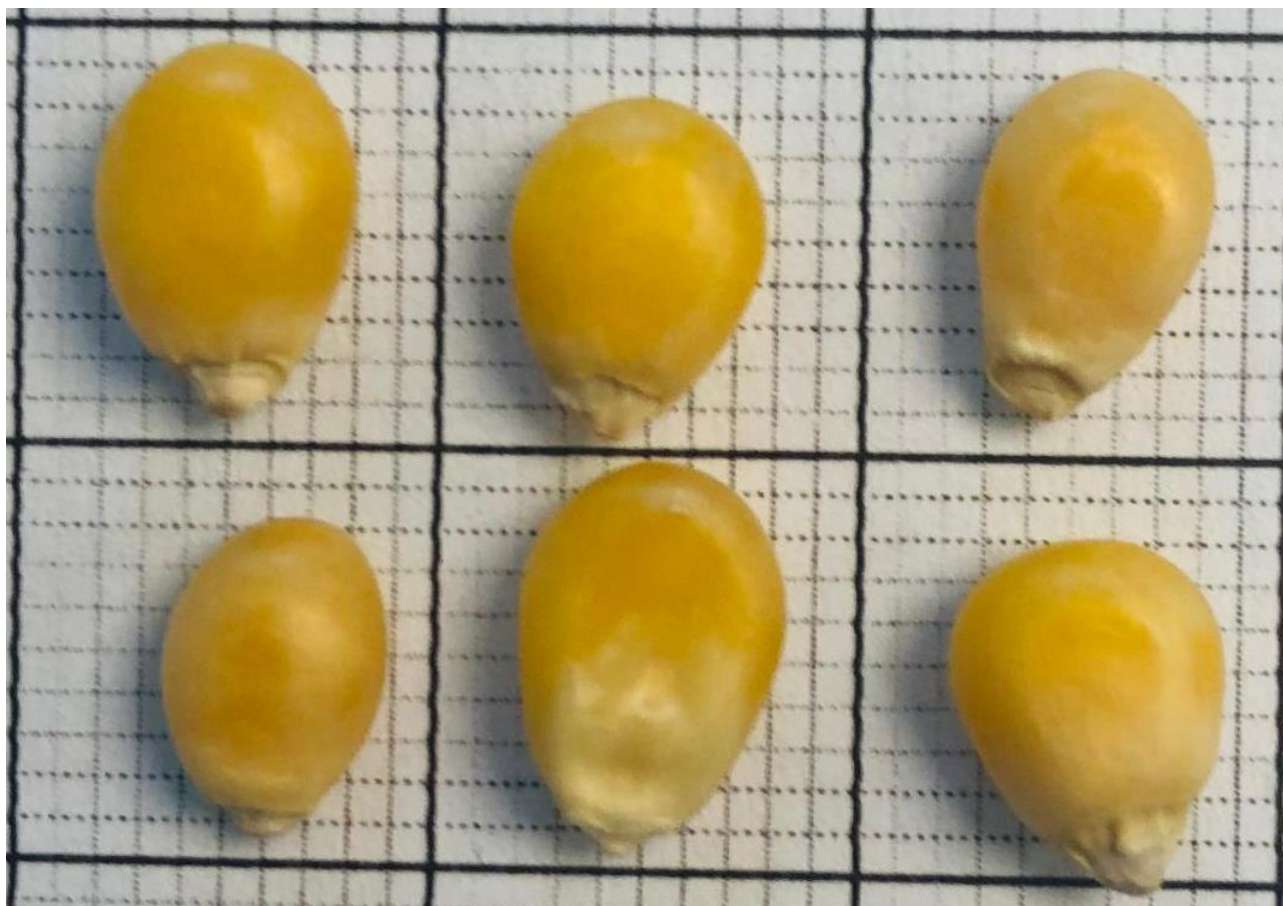
1-es csatolmány

Aliment Élelmiszer	Nr. crt Sor sz.	t inițial apă víz kezdeti t (° C)	t final apă víz végső t (° C)	m inițial m kezdeti (g)	m final m végső (g)	Q primit apă Q felvett-víz (J)	Q cedat aliment Q leadott- élelmiszer (J)	Valoare energetică E energiatartalom (kcal/100g)	Valoare energetică medie energiatarta- lom középértéke (kcal/100g)	Eroare absolută Abszolút hiba (kcal/100g)	Eroare absolută medie Abszolút hiba középértéke (kcal/100g)
Alună (caju) Kesudió	1	21,53	70,81	1,00	0,30						
	2	23,22	89,90	1,20	0,20						
	3	20,68	95,84	1,50	0,40						
Alună de pământ (arahidă) Földimo- gyoró	1	23,15	62,26	1,60	0,90						
	2	19,95	83,13	1,50	0,60						
	3	21,73	65,54	1,50	0,80						

Conținut caloric CAJU Kesudió energiatartalma

Conținut caloric ARAHIDA Földimogyoró energiatartalma

Anexa 2
2-es csatolmány



Clasa a X-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul 1

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj	
Barem Subiectul 1		10 p	
a1 Se punctează oricare 4 din următoarele, sau orice alta varianta corectă: <ul style="list-style-type: none"> - aer - pensetă - cleste lemn - eprubetă - vaporizarea apei din interiorul produsului alimentar 	0,25 0,25 0,25 0,25	1,00	
a2 <ul style="list-style-type: none"> - căldura cedată de produsul alimentar - căldura primită de apă - ecuația calorimetrică $Q_p = 12\% \cdot Q_c$ 	0,25 0,25 0,25	0,75	
a3 Anexa rezultate <ul style="list-style-type: none"> - coloana căldura primită de apă - coloana căldura cedată de aliment - coloana valoare energetică aliment kcal/100g 	0,60 0,60	4,50	

<ul style="list-style-type: none"> - valoare energetică medie - coloana eroare absolută - eroare absolută medie - exprimarea rezultatului sub forma cerută 	1,20 0,50 0,60 0,50 0,50		
b.1 <ul style="list-style-type: none"> - conținutul de apă din bobul de porumb vaporizează - presiunea vaporilor de apă crește cu creșterea temperaturii - la $p \geq p$ critică bobul de porumb expandează 	0,25 0,25 0,25	0,75	
b2 <ul style="list-style-type: none"> - Exprimă rezultatul în forma cerută - calculează valoarea medie a razei bobului de porumb <ul style="list-style-type: none"> • (3,05 - 3,25) mm • (2,95 - 3,35) mm • (2,85 - 3,45) mm - calculează valoarea presiunii critice <ul style="list-style-type: none"> [0,98 – 1,02] $\cdot 10^6$ N/m² [0,96 - 0,98) $\cdot 10^6$ N/m² sau (1,02 – 1,04] $\cdot 10^6$ N/m² [0,90 - 0,96) $\cdot 10^6$ N/m² sau (1,04 – 1,10] $\cdot 10^6$ N/m² - calculează valoarea pentru tensiunea de rupere a învelișului bobului de porumb <ul style="list-style-type: none"> [0,98 – 1,02] $\cdot 10^7$ N/m² [0,96 - 0,98) $\cdot 10^7$ N/m² sau (1,02 – 1,04] $\cdot 10^7$ N/m² [0,90 - 0,96) $\cdot 10^7$ N/m² sau (1,04 – 1,10] $\cdot 10^7$ N/m² 	0,25 0,75 0,50 0,25 1,00 0,50 0,25 1,00 0,50 0,25	3,00	

	Parțial	Punctaj	
Barem Subiectul 2		10 p	
a. <ul style="list-style-type: none"> - menționează temperatura inițială a gheții 0 grade Celsius = t_0 - menționează temperatura inițială a uleiului = temperatura inițială a cilindrilor = t_i - menționează condițiile de plutire a bucăților de gheață în ulei (eliminarea apei de pe gheață/ folosirea servetelelor) - menționează introducerea gheții în ulei - menționează necesitatea menținerii gheții în vecinătatea suprafeței libere a uleiului, astfel încât, transferul de căldură ulei-apă să se realizeze în timpul coborârii picăturilor de apă - menționează așteptarea topirii gheții și realizarea echilibrului termic - menționează măsurarea temperaturii după atingerea echilibrului termic = t_e - menționează măsurarea volumului de apă obținut prin topirea gheții 	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	2 p	
b. <ul style="list-style-type: none"> - exprimă căldura cedată: ulei/ amestec ulei și apă, cilindru, termometru $Q_{cedat} = m_{ulei} c_{ulei} (t_e - t_i) + [(m_{cilindru} + m_{ter}) c_{sticla} (t_e - t_i)]$ - exprimă căldura primită de gheață în vederea topirii și a apei obținută prin topire $Q_{primit} = m_{gheață} \lambda_{topire} + m_{gheață} c_{apă} (t_e - t_0)$ 	0,50 0,50	1,75 p	

<ul style="list-style-type: none"> - scrie expresia de calcul pentru căldura specifică a uleiului în funcție de constantele de material date și de mărimile măsurate 	0,75		
$c_{ulei} = \frac{m_{gheață} \cdot \lambda_{topire} + m_{gheață} \cdot c_{apă} \cdot (t_e - t_0) - [(m_{cil} + m_{ter}) \cdot c_{sticlă} \cdot (t_i - t_e)]}{m_{ulei} \cdot (t_i - t_e)}$			
<p>c.</p> <ul style="list-style-type: none"> - coloana pentru temperatura inițială - coloana pentru masa de ulei - coloana pentru masa de apă - coloana pentru temperatura de echilibru - calcul căldura specifică pentru fiecare măsurătoare - calcul valoare medie căldura specifică - calcul valori erori absolute - calcul abatere medie pătratică pentru căldura specifică - exprimarea rezultatului sub forma cerută - patru determinări (4*0,10p) <ul style="list-style-type: none"> - Valoarea medie între 1700-2300 J/(Kg*K) - Valoarea medie între 1500- 1699 J/(Kg*K) sau 2301-2500 J/(Kg*K) - Valoarea medie între 1200-1499 J/(Kg*K) sau 2501-2800 J/(Kg*K) 	0,40 0,40 0,40 0,40 0,40 0,70 0,40 1,00 0,25 0,40 1,00 0,75 0,25	5,75	
<p>d.</p> <p>Surse de erori: se punctează oricare din cele 5 sau orice altă variantă corectă</p> <ul style="list-style-type: none"> - schimbul de căldură cu mediul exterior - citirea incorectă a diviziunilor de pe termometru - eroare la măsurarea volumului de apă - eroare la măsurarea volumului de ulei - inertia termica a cilindrului de sticla - introducerea cubului de gheață direct din apă(fără ștergere/tamponare) - cubul de gheață nu plutește în interiorul uleiului - gheața nu este obținută din apă distilată 	5*0,1	0,50	

Tabel orientativ pentru problema 2 c

Nr cr t	t inițial (°C)	t echi (°C)	m ulei (g)	m apă (g)	c ulei (J/kg*K)	\bar{c} ulei (J/kg*K)	Δc ulei (J/kg*K)	$\Delta \bar{c}$ ulei (J/kg*K)	σ_c (J/kg*K)
	4*0,10	4*0,10	4*0,10	4*0,10	4*0,10	0,70	4*0,10		1,00

1. Orice altă rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în parteacuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Probleme propuse de:
prof. Gabriel ENACHE– Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă” Brașov

Anexa problema 1

Aliment	Nr. crt	t inițial apă (°C)	t final apă (°C)	m inițial (g)	m final (g)	Q primit apă (J)/ 6*0,10 p	Q cedat aliment (J) 6*0,10 p	Valoare energetică E (kcal/100 g) 6*0,20 p	Valoare energetică medie (kcal/100g) 2*0,25 p	Eroare absolută (kcal/100g) 6*0,10 p	Eroare absolută medie (kcal/100g) 2*0,25 p
Alună (caju)	1	21,53	70,81	1,00	0,30	2063,26	17193,83	586,67	570,58	16,09	10,73
	2	23,22	89,90	1,20	0,20	2791,76	23264,67	555,67		14,91	
	3	20,68	95,84	1,50	0,40	3146,80	26223,33	569,39		1,19	
Alună de pământ (arahidă)	1	23,15	62,26	1,60	0,90	1637,46	13645,50	465,60	5	58,45	40,63
	2	19,95	83,13	1,50	0,60	2645,22	22043,50	585,00		60,95	
	3	21,73	65,54	1,50	0,80	1834,24	15285,33	521,55		2,5	

Subiectul I: Pendulul conic (10 puncte)

Determinarea accelerației gravitaționale prin metoda pendulului conic.

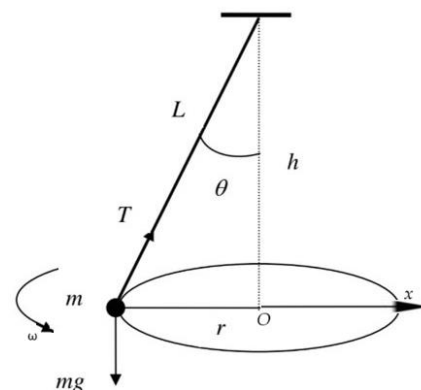
Se dau următoarele:

- Stativ;
- Fir inextensibil;
- Piuliță metalică;
- Riglă;
- Cronometru.

Se vor efectua cel puțin 5 măsurători pentru unghiuri diferite.

Cerințe:

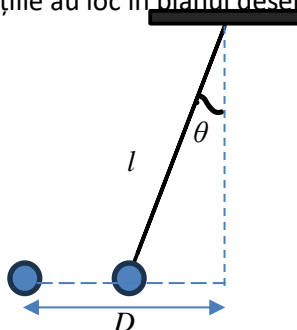
- (3,0 p)** Deduceți expresia analitică a perioadei pendulului conic.
- (0,5 p)** Scrieți ecuația mișcării pe axa Ox.
- (5,0 p)** Determinați valoarea accelerației gravitaționale, în limita erorilor experimentale, scriind datele experimentale într-un tabel. Calculați erorile (absolută și relativă).
- (1,5 p)** Precizați 3 surse de erori.



Subiectul II: Pendul magnetic (10 puncte)

Mai jos se regăsesc două seturi de date experimentale.

Primul set a fost obținut în urma observării comportamentului unui pendul gravitațional, alcătuit dintr-un magnet de mici dimensiuni legat cu un fir inextensibil de lungime $l = 8$ cm, în apropierea unui al doilea magnet; magneții sunt poziționați astfel încât forța să fie repulsivă. În limita micilor oscilații, magneții se află pe aceeași orizontală, iar oscilațiile au loc în planul desenului.



În tabelul de mai jos:

- D reprezintă distanța dintre magnetul extern și verticala dusă din punctul de suspensie a pendulului;
- N reprezintă numărul de oscilații complete efectuate;
- Δt reprezintă timpul în care s-a executat măsurătoarea.

Tabel 1

Nr. Crt	D (cm)	N	Δt (s)
1	3,00	8	5,181
2		10	6,513
3		12	7,784
4	3,50	8	4,915
5		10	6,122

6		12	7,367
7	5,00	8	4,642
8		10	5,829
9		12	6,973

Magnetul se dezleagă de fir și este suspendat de un dinamometru. Sub el, la o distanță r , se află al doilea magnet.

Al doilea set de date reprezintă dependența forței F indicată de dinamometru de distanța r dintre cei doi magneți, unde F conține și forța de interacțiune de tip coulombian dintre cei doi magneți, $F_m = F_m(r, K)$, K fiind o constantă.

Tabel 2

Nr. Crt.	F (N)	r (cm)
1	0,40	∞
2	0,35	1,60
3	0,30	1,30
4	0,25	1,05
5	0,20	0,90
6	0,15	0,80

Cerințe:

- (4,0 p)** Deduceți valoarea constantei K din reprezentarea grafică a forței de interacțiune ca funcție de gradul I, folosind hârtia milimetrică de la finalul subiectului. **Atenție!** Hârtia milimetrică se predă împreună cu subiectul. **NU** o semnați!
- (3,0 p)** Aflați expresia perioadei de oscilație a pendulului aflat în apropierea unui magnet.
- (3,0 p)** Folosind datele din tabelul 1 și constanta K găsită la punctul a), determinați accelerația gravitațională.

Subiecte propuse de:

prof. **Rareș VOROVENCI**, Centrul Județean de Excelență Brașov
 prof. **Maria FRÂNGU**, Colegiul de Științe ale Naturii „Emil Racoviță” Brașov

a)

Forța de interacțiune dintre magneți este, așa cum a fost descrisă în cerință, de tip coulombian:

$$F_m = K \frac{1}{r^2}$$

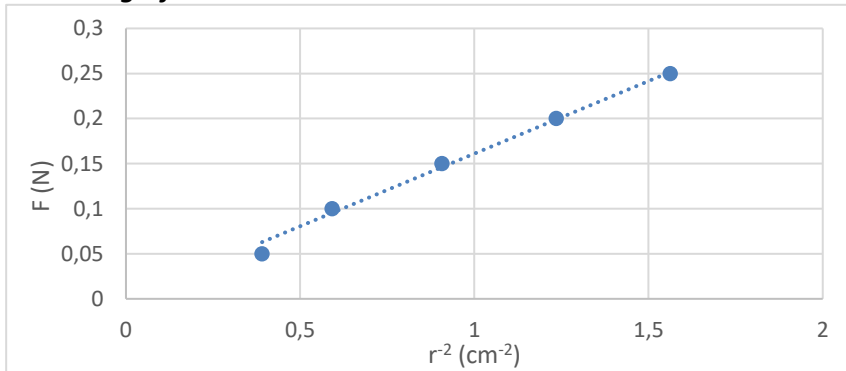
Completarea tabelului de valori necesar

F (N)	r (cm)	$\frac{1}{r^2}$ (cm ⁻²)	F _m (N)
0,4	∞		
0,35	1,6	0,39	0,05
0,3	1,3	0,59	0,1
0,25	1,15	0,76	0,15
0,2	1	1	0,2
0,15	0,8	1,56	0,25

Extragerea greutății magnetului din tabel:

$$F = G = 0,4 \text{ N}$$

Trasarea graficului:



-pentru alegerea corectă a axelor: ordonata: F,
abscisa: r⁻²

- alegerea scalei potrivite
- prelungirea graficului trece prin origine
- marcarea punctelor pe grafic
- obținerea unui grafic liniar.

Calcularea constantei K din panta graficului

$$K = 16 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

Primesc punctaj integral valorile cuprinse în intervalul $K \in [14, 18] \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{cm}^2$

Valorile cuprinse în intervalul $K \in [12, 14] \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{cm}^2$ și

$K \in [18, 20] \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{cm}^2$ primesc **doar 0,25 p.**

b) Scrierea ecuațiilor de mișcare

$$Mg \sin \theta_0 = K(D - x_0)^{-2} \cos \theta_0 \quad (1)$$

Se aplică aproximația pentru unghiuri mici:

$$K(D - x_0)^{-2} \approx KD^{-2} \left(1 + 2 \frac{x_0}{D} \right)$$

$$\sin \theta \approx \frac{x + x_0}{l} \approx \theta$$

Pentru o deviație mică x, ecuația de mișcare a pendulului este:

1 p

1 p

(10x0,1 p)

0,5 p
1 p

4 p

(5 x 0,2 p)

0,5 p

0,5 p

0,5 p

3 p

0,5 p

$Ma = KD^{-2} \left(1 + 2 \frac{x + x_0}{D} \right) \cos \theta - Mg \frac{x + x_0}{l} \quad (2)$ <p>Se înlocuiește condiția de echilibru (1) în ecuația de mai sus și se obține:</p> $a + \left(\frac{g}{l} - 2 \frac{KD^{-3}}{M} \right) x = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{l} - 2 \frac{KD^{-3}}{M}}$ $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} - 2 \frac{KD^{-3}}{M}}}$	<p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p>																																																																									
<p>c) Obținerea formulei accelerației gravitaționale:</p> $g = \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{1}{\frac{1}{l} - \frac{2KD^{-3}}{M}}$ <p>Completarea tabelului de date:</p> <table border="1" data-bbox="204 786 1145 1518"> <thead> <tr> <th>D (cm)</th> <th>N</th> <th>Δt (s)</th> <th>T (s)</th> <th>g (m/s²)</th> <th>\bar{g} (m/s²)</th> <th>Δg (m/s²)</th> <th>ε_g</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3,00</td> <td>8</td> <td>5,18 1</td> <td>0,648</td> <td>9,86</td> <td rowspan="10">9,86</td> <td>0,01</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>3,00</td> <td>10</td> <td>6,51 3</td> <td>0,651</td> <td>9,77</td> <td>-0,08</td> <td>-1%</td> </tr> <tr> <td>3,00</td> <td>12</td> <td>7,78 4</td> <td>0,649</td> <td>9,83</td> <td>-0,02</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>3,50</td> <td>8</td> <td>4,91 5</td> <td>0,614</td> <td>9,85</td> <td>0,00</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>3,50</td> <td>10</td> <td>6,12 2</td> <td>0,612</td> <td>9,91</td> <td>0,06</td> <td>1%</td> </tr> <tr> <td>3,50</td> <td>12</td> <td>7,36 7</td> <td>0,614</td> <td>9,85</td> <td>0,00</td> <td>0%</td> </tr> <tr> <td>5,00</td> <td>8</td> <td>4,64 2</td> <td>0,580</td> <td>9,90</td> <td>0,05</td> <td>1%</td> </tr> <tr> <td>5,00</td> <td>10</td> <td>5,82 9</td> <td>0,583</td> <td>9,79</td> <td>-0,06</td> <td>-1%</td> </tr> <tr> <td>5,00</td> <td>12</td> <td>6,97 3</td> <td>0,581</td> <td>9,86</td> <td>0,01</td> <td>0%</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$g = (9,86 \pm 0,08) \text{ m/s}^2$</p> <p>Se acordă punctajul și pentru valori cuprinse între $g \in (9,84, 9,88) \text{ m/s}^2$</p>	D (cm)	N	Δt (s)	T (s)	g (m/s ²)	\bar{g} (m/s ²)	Δg (m/s ²)	ε_g	3,00	8	5,18 1	0,648	9,86	9,86	0,01	0%	3,00	10	6,51 3	0,651	9,77	-0,08	-1%	3,00	12	7,78 4	0,649	9,83	-0,02	0%	3,50	8	4,91 5	0,614	9,85	0,00	0%	3,50	10	6,12 2	0,612	9,91	0,06	1%	3,50	12	7,36 7	0,614	9,85	0,00	0%	5,00	8	4,64 2	0,580	9,90	0,05	1%	5,00	10	5,82 9	0,583	9,79	-0,06	-1%	5,00	12	6,97 3	0,581	9,86	0,01	0%	<p>0,5 p</p> <p>1,5 p</p> <p>1 p</p>	<p>3 p</p>
D (cm)	N	Δt (s)	T (s)	g (m/s ²)	\bar{g} (m/s ²)	Δg (m/s ²)	ε_g																																																																			
3,00	8	5,18 1	0,648	9,86	9,86	0,01	0%																																																																			
3,00	10	6,51 3	0,651	9,77		-0,08	-1%																																																																			
3,00	12	7,78 4	0,649	9,83		-0,02	0%																																																																			
3,50	8	4,91 5	0,614	9,85		0,00	0%																																																																			
3,50	10	6,12 2	0,612	9,91		0,06	1%																																																																			
3,50	12	7,36 7	0,614	9,85		0,00	0%																																																																			
5,00	8	4,64 2	0,580	9,90		0,05	1%																																																																			
5,00	10	5,82 9	0,583	9,79		-0,06	-1%																																																																			
5,00	12	6,97 3	0,581	9,86		0,01	0%																																																																			

Bareme propuse de:
prof. Rareș VOROVENCI – Centrul Județean de Excelență Brașov
prof. Maria FRANGU-Colegiul de Științe ale Naturii „Emil Racoviță” Brașov

Clasa a XII-a Proba practică

Subiectul I

Robert Andrews Millikan (10 puncte)

În articolul publicat în anul 1911 în revista „*The Physical Review*”, Robert Millikan prezenta metoda și rezultatele experimentale legate de măsurarea valorii sarcinii electrice elementare. Un nor de picături fine de ulei (cu densitatea $\rho_{\text{ulei}} = 919,9 \text{ kg/m}^3$) a fost pulverizat în aerul (cu masa molară $\mu_{\text{aer}} = 28,959 \text{ g/mol}$ și temperatura $t = 22,82 \text{ }^\circ\text{C}$) care ocupa spațiul dintre plăcile orizontale ale unui condensator plan (aflate la $d = 16 \text{ mm}$ una față de alta). Picăturile au fost iluminate astfel încât să apară strălucitoare în câmpul vizual al lunetei laterale de observare. Alegând una dintre picături și urmărind mișcarea acesteia, s-a observat că ea cobora lent și uniform sub acțiunea greutății aparente și a unei forțe de rezistență la înaintare în aer (cu $\eta_{\text{aer}} = 1,824 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$). Înainte de a ajunge la armătura inferioară, o tensiune electrică ($U = 5251 \text{ V}$) aplicată condensatorului schimba sensul de mișcare uniformă a picăturii. Apoi, înainte de a ajunge la armătura superioară, tensiunea electrică era anulată și picătura cobora din nou, mișcarea repetându-se pe o durată nedefinită. Pe parcursul urmăririi sale, picătura putea capta unul dintre ionii existenți în mod normal în aer sau produși folosind un fascicul de raze X, modificându-și în consecință sarcina electrică. Faptul că un ion a fost captat și momentul exact în care a avut loc evenimentul au fost semnalate observatorului prin modificarea vitezei picăturii sub influența câmpului electric. Pentru fiecare etapă a mișcării picăturii într-un sens sau altul, a fost măsurat intervalul de timp în care aceasta a parcurs cu viteză constantă (eliminându-se deci intervalele în interiorul cărora se modifica viteza picăturii) distanța ($\ell = 1,01 \text{ cm}$) dintre două fire reticulare orizontale, situate în câmpul vizual al lunetei. Pentru una dintre reprizele de înregistrări ale mișcării picăturii, valorile măsurate ale acestor intervale de timp sunt cuprinse în tabelul 1.

(Se cunosc: presiunea atmosferică normală $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, constanta universală a gazului ideal $R = 8314,5 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}$, forța de rezistență la înaintarea unei picături sferice într-un mediu vâscos este exprimată prin formula $F_{\text{Stokes}} = 6\pi r\eta v$, unde: r – raza picăturii, v - viteza de înaintare, η - coeficientul de vâscozitate dinamică a mediului.)

Tabelul I

t_c (s) (coborâre)	11,848	11,890	11,908	11,904	11,882	11,906	11,838	11,816	11,776	11,840	11,904	11,870	11,952	11,846	11,912	11,910	11,918	11,870	11,888	11,894	11,878
t_u (s) (urcare)	80,708	22,366	22,390	22,368	140,565	79,600	34,748	34,762	34,846	29,286	29,236	137,308	34,638	22,104	22,268	500,100	19,704	19,668	77,630	77,806	42,302

Cerințe:

- (3,00 p)** Deduceți expresia razei picăturii vizate în funcție de valorile mărimilor indicate și calculați valoarea ei;
- (5,00 p)** Calculați valoarea sarcinii electrice elementare și indicați abaterea standard a mediei aritmetice a determinărilor ($\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$), unde N este numărul determinărilor;
- (2,00 p)** Reprezentați grafic valoarea sarcinii electrice Q a picăturii vizate (exprimată în sarcini electrice elementare) în funcție de numărul de ordine al trecerii în urcare prin zona dintre firele reticulare.

Subiectul II

Clinton Joseph Davisson & Lester Halbert Germer (10 puncte)

Experimentele legate de difracția electronilor, prezentate în anul 1927 de Davisson & Germer în revista „*The Physical Review*”, au contribuit la confirmarea teoriei lui Louis de Broglie. În

aranjamentul experimental realizat, indicat în diagrama schematică din figura 1, un fascicul de electroni accelerați într-un tun electronic a fost dirijat sub diferite valori ale unghiului de incidență pe suprafața unui monocristal de nichel care putea fi rotit în jurul unei axe verticale. Intensitatea fascicului de electroni împrăștiați a fost măsurată (cu ajutorul unui colector legat la un galvanometru și plasat în același plan vertical de incidență) pentru diferite valori ale unghiului de împrăștiere și ale tensiunii de accelerare. Rețeaua cubică cu fețe centrate a cristalului de Ni (care conține câte un atom în fiecare dintre vârfurile unui cub elementar de latură $a = 3,52 \text{ \AA}$ și câte un atom în centrul fiecărei fețe a acestuia) a

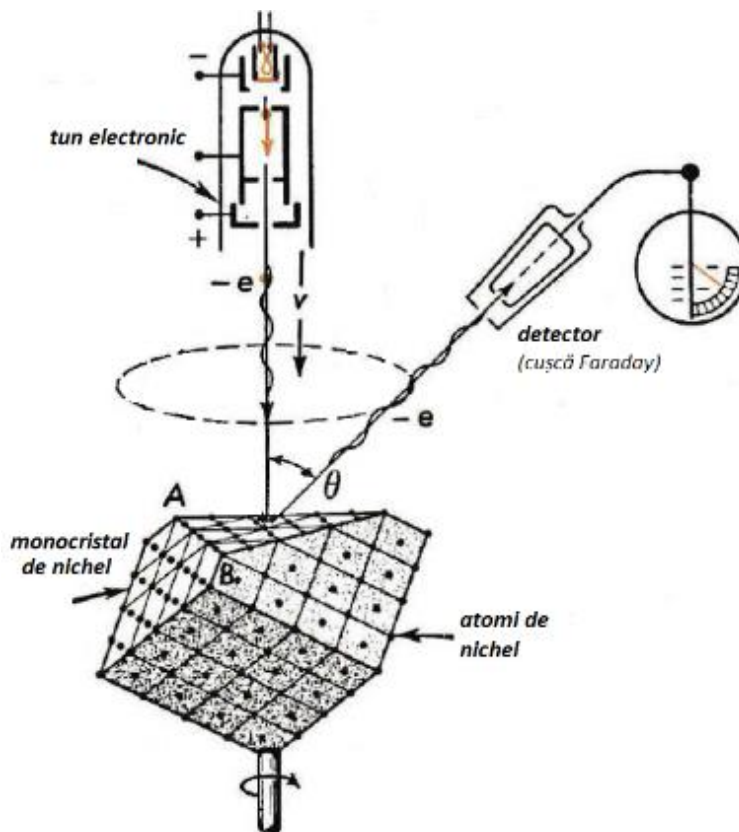
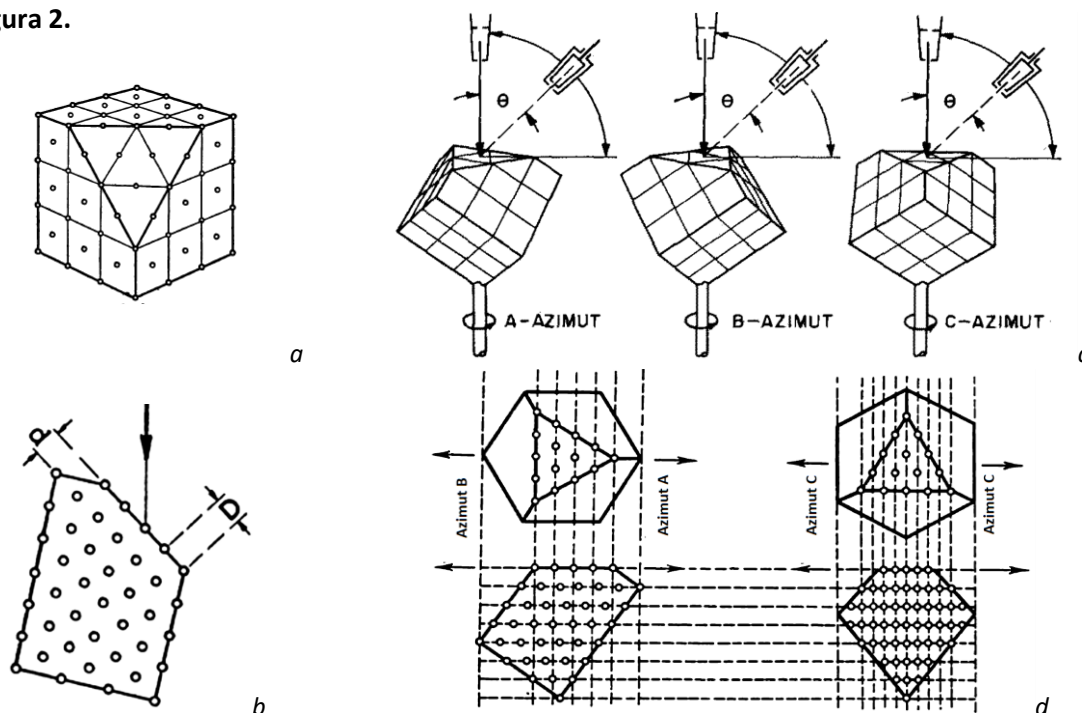


Figura 1.

fost tăiată perpendicular pe una dintre diagonalele cubului (figura 2-a) pentru a expune o suprafață triunghiulară. Distribuția periodică în spațiu a atomilor în cristalul de Ni determină atât un sistem de rețele liniare de constantă D , dispuse în plan, cât și un sistem de plane paralele, la distanța d între rețelele plane adiacente (figura 2-b). În aceste condiții, fenomenele observate pot fi interpretate atât ca rezultat al unei difracții (2D) pe un sistem de rețele liniare din planul cristalului cât și al unei difracții (3D), o împrăștiere pe straturile atomice paralele succesive.

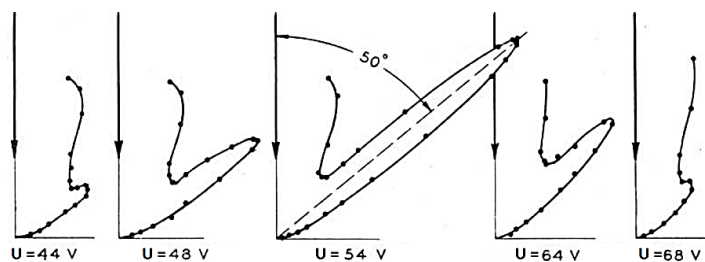
A. Difracție 2D: Într-o primă etapă, fasciculul de electroni a fost dirijat perpendicular, în centrul feței cristalului și a fost măsurată intensitatea fascicului de electroni difracțați sub diferite valori (relativ mari față de normala la suprafața cristalului) ale unghiului θ și diferite valori ale tensiunii de accelerare. Cristalul a fost plasat pe rând în trei poziții fixe (azimuturi principale) indicate în figura 2-c. În prima poziție (azimutul A), planul de incidență (plan determinat de direcția fascicului incident cu direcția de înregistrare a fascicului difractat) trece prin unul dintre vârfurile suprafeței triunghiulare a cristalului, într-o altă poziție (azimutul B), planul de incidență împarte latura triunghiului în două părți egale, iar în a treia (azimutul C) planul de incidență este paralel cu una din laturile triunghiului. Distribuția atomilor pe suprafața cristalului de nichel este indicată în figura 2-d.

Figura 2.



Valorile din diagrama polară (trasată pentru azimutul A) a intensității fasciculului de electroni difracțai pentru diferite valori ale tensiunii de accelerare și pentru diferite valori ale unghiului θ dintre fasciculul incident și direcția de înregistrare (figura 3) sunt sintetizate în tabelul II, prin indicarea valorilor tensiunii de accelerare la care au apărut maximele de difracție de ordinul I pentru diferite valori ale unghiului θ și pentru cele trei azimuturi.

Figura 3.



Tabelul II

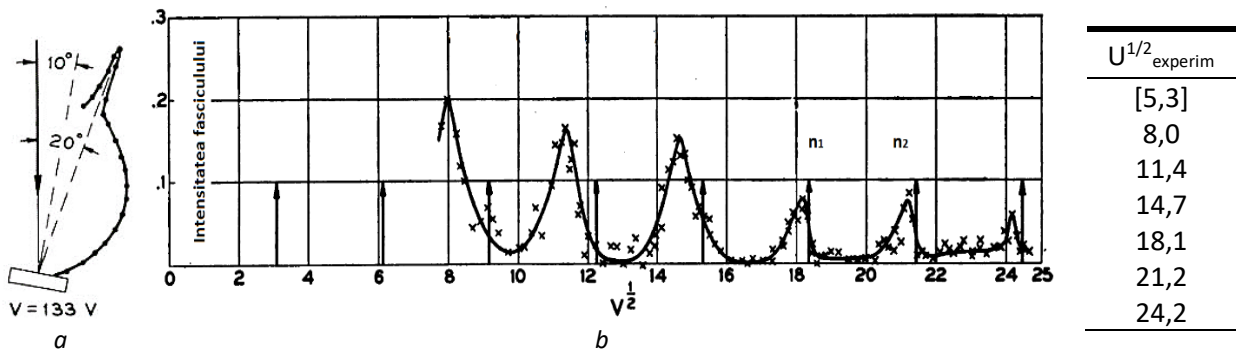
θ	U		
	Azimut A	Azimut B	Azimut C
85	32,0	32,5	97,5
80	33,0	34,0	100,0
75	35,0	35,0	103,5
70	36,0	36,5	108,0
65	38,5	35,0	112,5

B. Difracție 3D: În a doua etapă, unghiul de incidență (θ_1) dintre fasciculul incident și normala la suprafața cristalină putea lua diferite valori (relativ mici față de normala la suprafața cristalină). În această etapă, poziționarea cristalinului într-unul dintre azimuturile principale nu mai prezintă importanță în contextul regularităților urmărite.

Menținând constant unghiul de incidență la valoarea $\vartheta_1 = \vartheta/2 = 10^\circ$, s-a modificat valoarea tensiunii de accelerare (și implicit lungimea de undă). Reflexiile de intensitate maximă (diagrama polară din figura 4-a) apar în situațiile în care este respectată condiția lui Bragg-Wulff. Graficul dependenței intensității fasciculului de electroni reflectați în funcție de tensiunea de accelerare (figura 4-b) este sintetizat în tabelul III, prin indicarea valorilor experimentale ale tensiunii de accelerare la care apar maximele de reflexie.

Figura 4

Tabelul III



Se poate observa că poziționarea acestor maxime diferă de cea rezultată din condiția lui Bragg, indicată în grafic prin săgeți verticale (figura 4-b). O punere de acord a descrierii poziționării maximelor de reflexie a fost obținută prin luarea în considerare a unui indice de refracție al cristalului pentru fasciculul de electroni reflectați și generalizarea, în concordanță, a relației lui Bragg-Wulff.

Cerințe:

II.A. Difracție 2D:

1. (1,00 p) Calculați geometric valoarea constantei rețelei liniare de difracție D pentru fiecare dintre azimuturile A, B și C în funcție de latura celui mai mic cub format de atomii de Ni, $a = 3,52 \text{ \AA}$;
2. (1,50 p) Pe baza datelor experimentale și a valorilor calculate la punctul anterior, calculați valoarea constantei lui Planck și prezentați rezultatul indicând precizia determinării;
3. (1,50 p) Calculați, utilizând datele experimentale (tabelul II), valoarea experimentală a constantelor rețelelor liniare de difracție D_{exp} pentru fiecare dintre azimuturile A, B și C și indicați precizia determinărilor;

II.B. Difracție 3D:

4. (1,00 p) Calculați ordinele n_1 și n_2 ale maximelor de reflexie indicate în figura 4-b, în condițiile relației lui Bragg;
5. (0,50 p) Calculați geometric valoarea distanței interplanare minime d din cristalul de Ni pentru aranjamentul experimental utilizat;
6. (1,50 p) Calculați, utilizând datele experimentale (tabelul III), valoarea distanței interplanare d_{exp} și indicați precizia determinării;
7. (1,00 p) Completați datele din tabelul III cu o coloană de valori pentru puterea $\frac{1}{2}$ a tensiunii de accelerare, $(U)^{1/2}$ la care ar trebui să se obțină maximele de reflexie pentru un unghi de incidență $\theta_1 = 10^\circ$ și o distanță interplanară $d = 2,03 \text{ \AA}$ în condițiile legii lui Bragg;
8. (1,00 p) Găsiți o generalizare a formulei Bragg-Wulff în condițiile în care se ia în considerare un indice de refracție μ supraunitar în interiorul metalului;
9. (1,00 p) Completați datele din tabelul III cu o coloană de valori ale indicelui de refracție al cristalului pentru valorile tensiunilor de accelerare măsurate.

Probleme propuse de:

Prof. Mircea Noru PARPALEA – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov

Prof. Mircea Paul TĂNĂSESCU – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov

Clasa a XII-a - Barem de evaluare și notare

Subiectul I

(10 puncte)

S-a notat valoarea medie a mărimii fizice A prin $\langle A \rangle$

S-a notat partea întreagă a numărului zecimal N prin [N]

S-a notat cel mai apropiat număr întreg de numărul zecimal N prin #N#

	Parțial	Punctaj	
Barem Subiectul I		10 p	
<p>1)</p> <p>$G - F_{\text{Arhimede}} = F_{\text{Stokes}}$</p> <p>$4\pi r^3(\rho_{\text{ulei}} - \rho_{\text{aer}})g/3 = 6\pi r\eta_{\text{aer}} v_{\text{coborare}}$</p> <p>$\rho_{\text{aer}} = p_0 \mu_{\text{aer}} / R(T_0 + t) = 1,19 \text{ kg/m}^3$</p> <p>$v_{\text{coborare}} = \ell / t_c$</p> <p>$\langle t_c \rangle = \sum_{i=1}^N t_{c_i} / N = 11,882 \text{ s}$</p> <p>$r = 3 \sqrt{\frac{\eta_{\text{aer}} \ell}{2(\rho_{\text{ulei}} - \rho_{\text{aer}})g \langle t_c \rangle}}$</p> <p>$r = 2,78 \text{ }\mu\text{m}$ (Se va acorda punctaj maxim pentru rezultate cuprinse între $2,5 \text{ }\mu\text{m}$ și $3,06 \text{ }\mu\text{m}$)</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p>	3 p	
<p>2)</p> <p>$F_e = G - F_{\text{Arhimede}} + F'_{\text{Stokes}}$</p> <p>$QE = 6\pi r\eta_{\text{aer}} v_{\text{coborare}} + 6\pi r\eta_{\text{aer}} v_{\text{urcare}}$</p> <p>$Q = (1/t_c + 1/t_u) 6\pi r\eta_{\text{aer}} \ell d / U$</p> <p>$k = 6\pi r\eta_{\text{aer}} \ell d / U = 2,94 \cdot 10^{-17} \text{ C}\cdot\text{s}$</p> <p>$Q = k(1/t_c + 1/t_u);$</p> <p>$\Delta Q = nq$</p> <p>$nq = k(1/t_u - 1/t_{u'}) = k\Delta(1/t_u);$</p> <p>$\text{cmmdc}(1/t_{u_i} - 1/t_{u_{i+1}}) = (0,00543 + 0,00545) / 2 = 0,00544 \text{ s}^{-1}$</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p>	5 p	
<p>$n = \#\Delta(1/t_u) / \text{cmmdc}(\Delta(1/t_u))\#$ (cel mai apropiat întreg)</p> <p>$q_i = k(1/t_{u_i} - 1/t_{u_{i+1}}) / n_i; \quad \forall 1 \leq i \leq N; N+1 \rightarrow 1$</p> <p>$\langle q \rangle = \sum_{i=1}^N q_i / N = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ C}$</p> <p>$\sigma(\langle q \rangle) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (q_i - \langle q \rangle)^2}{N(N-1)}} = 0,07 \cdot 10^{-19} \text{ C}$</p> <p>$q_0 = (1,59 \pm 0,07) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Se va acorda punctaj maxim pentru rezultate cuprinse între $1,43 \div 1,75 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p>		

--	--	--	--

tu (s)	i	<tu> (s)	$ \Delta(1/tu) $ (1/s)	n	qi (10 ⁻¹⁹ C)	qi - q (10 ⁻¹⁹ C)	i	1/tu+1/tc	#N#
80,708	1	80,708	0,03230	6	1,583	0,010	1	0,09655	18
22,366	2	22,375	0,03758	7	1,578	0,015	2	0,12885	24
22,390		140,565	0,00545	1	1,602	0,009	3	0,09128	17
22,368		79,600	0,01619	3	1,587	0,006	4	0,09672	18
140,565		34,785	0,00543	1	1,596	0,003	5	0,11291	21
79,600	4	29,261	0,02689	5	1,581	0,012	6	0,11834	22
34,748	5	137,308	0,02159	4	1,587	0,006	7	0,09144	17
34,762		34,638	0,01620	3	1,588	0,005	8	0,11303	21
34,846		22,186	0,04307	8	1,583	0,010	9	0,12923	24
29,286		500,100	0,04880	9	1,594	0,001	10	0,08616	16
29,236	6	19,686	0,03793	7	1,593	0,000	11	0,13496	25
137,308	7	77,718	0,01077	2	1,583	0,010	12	0,09703	18
34,638	8	42,302	0,01125	2	1,654	0,061	13	0,10780	20
22,104	9	22,268							
500,100		10							
19,704	11	19,668							
77,630		12	77,806						
42,302	13								

3)
 $Q = k(1/tc + 1/tu)$; $Q/q = N = \#(1/tc + 1/tu) / \text{cmmdc}(\Delta(1/tu))\#$
 Valorile din ultima coloană, #N#, a tabelului precedent

i	Q/q
1	18
2	24
3	17
4	21
5	16
6	25
7	18
8	21
9	22
10	16
11	21
12	18
13	20
14	24
15	24
16	16
17	24
18	24
19	18
20	18
21	20

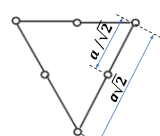
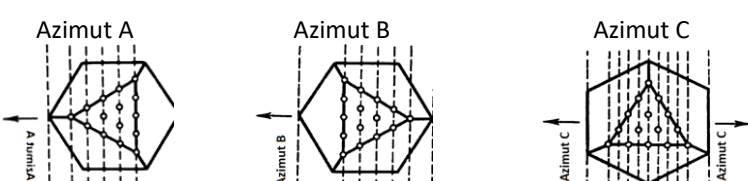
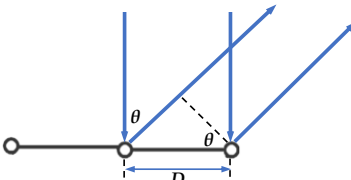
0,50 p
1,00 p

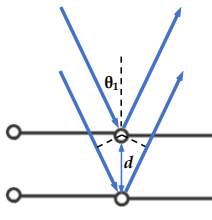
0,50 p

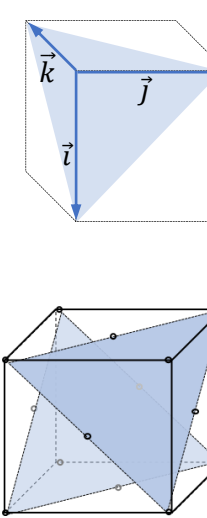
2p

Subiectul II

(10 puncte)

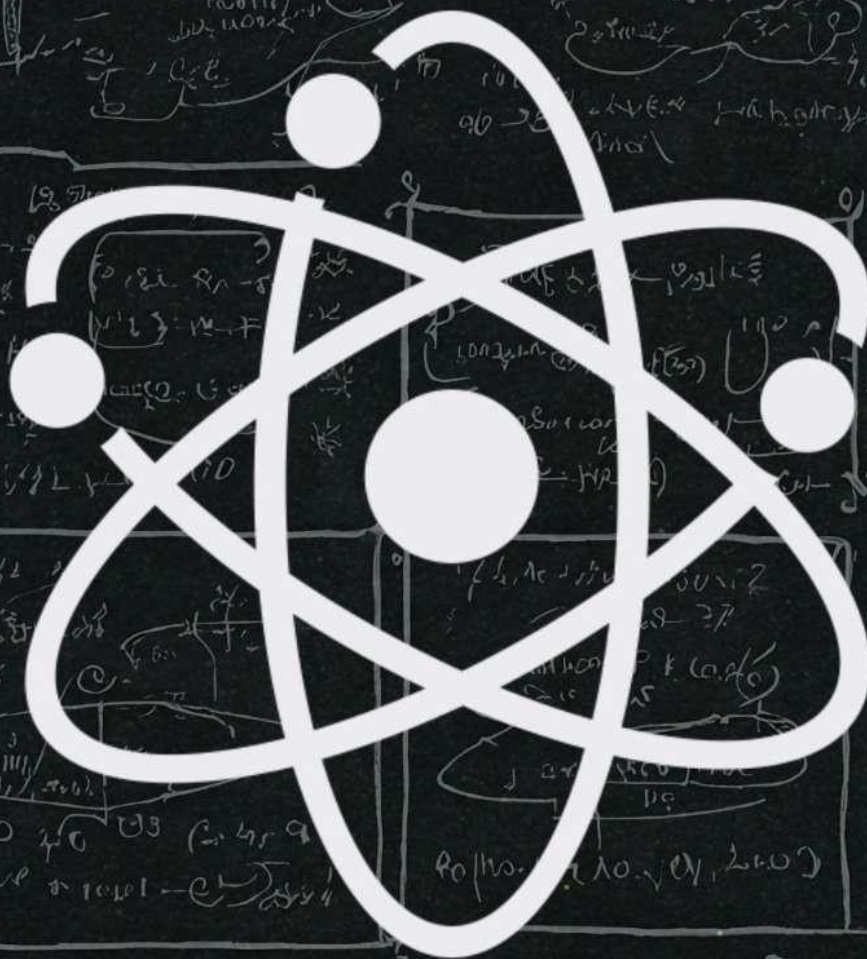
	Parția I	Puncta j																																																																																																																															
Barem Subiectul II		10 p																																																																																																																															
<p>1)</p> <p>$a = 3,52 \text{ \AA}$</p>  <p> $D_A = a\sqrt{3}/8 = 2,155 \text{ \AA}$ $D_B = a\sqrt{3}/8 = 2,155 \text{ \AA}$ $D_C = a/2\sqrt{2} = 1,245 \text{ \AA}$ </p> <p>Azimut A Azimut B Azimut C</p> 	<p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,50 p</p>	1,00 p																																																																																																																															
<p>2)</p>  <p> $D \sin \theta = n \lambda$ $\lambda = h/p =$ $h/(2m_e eU)^{1/2},$ $n=1$ $h = D (2m_e eU)^{1/2} \sin \theta$ </p> <p>Dacă se elimină valoarea $h=6,23 \text{ Js}$ ca fiind mult diferită de celelalte,</p> <p>$\langle h \rangle = 6,59 \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ Altfel $\langle h \rangle = 6,57 \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ (se vor acorda doar 0,40 p)</p> <p> $\sigma_{\langle h \rangle} = \left(\frac{1}{15 \cdot 14} \sum_{i=1}^{15} (h_i - \langle h \rangle)^2 \right)^{1/2} = 0,02 \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ sau $h = (6,59 \pm 0,02) \cdot 10^{-34} \text{ (Js)}$ </p> <table border="1" data-bbox="191 1411 1069 1680"> <thead> <tr> <th colspan="6">A</th> <th colspan="6">B</th> </tr> <tr> <th>θ</th> <th>D (10^{-10} m)</th> <th>U (V)</th> <th>h (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle$ (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js)²</th> <th>θ</th> <th>D (10^{-10} m)</th> <th>U (V)</th> <th>h (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle$ (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js)²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>85</td> <td>2,155</td> <td>32</td> <td>6,55</td> <td>0,02</td> <td>0,0003</td> <td>85</td> <td>2,155</td> <td>32,5</td> <td>6,60</td> <td>0,03</td> <td>0,0009</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>2,155</td> <td>33</td> <td>6,58</td> <td>0,01</td> <td>0,0001</td> <td>80</td> <td>2,155</td> <td>34</td> <td>6,68</td> <td>0,11</td> <td>0,0121</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>2,155</td> <td>35</td> <td>6,64</td> <td>0,08</td> <td>0,0057</td> <td>75</td> <td>2,155</td> <td>35</td> <td>6,64</td> <td>0,08</td> <td>0,0064</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>2,155</td> <td>36</td> <td>6,56</td> <td>0,01</td> <td>0,0002</td> <td>70</td> <td>2,155</td> <td>36,5</td> <td>6,60</td> <td>0,03</td> <td>0,0009</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>2,155</td> <td>38,5</td> <td>6,54</td> <td>0,03</td> <td>0,0010</td> <td>65</td> <td>2,155</td> <td>35</td> <td>6,23</td> <td>0,34</td> <td>0,1156</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="191 1769 702 2038"> <thead> <tr> <th colspan="6">C</th> </tr> <tr> <th>θ</th> <th>D (10^{-10} m)</th> <th>U (V)</th> <th>h (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle$ (10^{-34} Js)</th> <th>$h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js)²</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>85</td> <td>1,245</td> <td>97,5</td> <td>6,61</td> <td>0,04</td> <td>0,0015</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>1,245</td> <td>100</td> <td>6,62</td> <td>0,05</td> <td>0,0022</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>1,245</td> <td>104</td> <td>6,60</td> <td>0,03</td> <td>0,0010</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>1,245</td> <td>108</td> <td>6,56</td> <td>0,01</td> <td>0,0001</td> </tr> <tr> <td>65</td> <td>1,245</td> <td>113</td> <td>6,46</td> <td>0,11</td> <td>0,0126</td> </tr> </tbody> </table>	A						B						θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	85	2,155	32	6,55	0,02	0,0003	85	2,155	32,5	6,60	0,03	0,0009	80	2,155	33	6,58	0,01	0,0001	80	2,155	34	6,68	0,11	0,0121	75	2,155	35	6,64	0,08	0,0057	75	2,155	35	6,64	0,08	0,0064	70	2,155	36	6,56	0,01	0,0002	70	2,155	36,5	6,60	0,03	0,0009	65	2,155	38,5	6,54	0,03	0,0010	65	2,155	35	6,23	0,34	0,1156	C						θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	85	1,245	97,5	6,61	0,04	0,0015	80	1,245	100	6,62	0,05	0,0022	75	1,245	104	6,60	0,03	0,0010	70	1,245	108	6,56	0,01	0,0001	65	1,245	113	6,46	0,11	0,0126	<p>0,15 p</p> <p>0,15 p</p> <p>0,20 p</p> <p>0,50 p</p> <p>0,50 p</p>	1,50 p	
A						B																																																																																																																											
θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²	θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²																																																																																																																						
85	2,155	32	6,55	0,02	0,0003	85	2,155	32,5	6,60	0,03	0,0009																																																																																																																						
80	2,155	33	6,58	0,01	0,0001	80	2,155	34	6,68	0,11	0,0121																																																																																																																						
75	2,155	35	6,64	0,08	0,0057	75	2,155	35	6,64	0,08	0,0064																																																																																																																						
70	2,155	36	6,56	0,01	0,0002	70	2,155	36,5	6,60	0,03	0,0009																																																																																																																						
65	2,155	38,5	6,54	0,03	0,0010	65	2,155	35	6,23	0,34	0,1156																																																																																																																						
C																																																																																																																																	
θ	D (10^{-10} m)	U (V)	h (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle $ (10^{-34} Js)	$ h - \langle h \rangle ^2$ (10^{-34} Js) ²																																																																																																																												
85	1,245	97,5	6,61	0,04	0,0015																																																																																																																												
80	1,245	100	6,62	0,05	0,0022																																																																																																																												
75	1,245	104	6,60	0,03	0,0010																																																																																																																												
70	1,245	108	6,56	0,01	0,0001																																																																																																																												
65	1,245	113	6,46	0,11	0,0126																																																																																																																												

<p>3)</p> <p>$\sin\theta$</p> <p>(m)</p> <p>Dacă se elimină valoarea $D_B=2,289 \text{ \AA}$ (ca fiind mult diferită de celelalte,</p> <p>(m)</p> <p>Altfel $\langle D_B \rangle = 2,18 \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$ (se vor acorda doar 0,20 p)</p> <p>(m)</p> <p>(Din cauza faptului că numărul de valori experimentale este mai mic decât 10, nu se calculează abaterea standard a valorii medii)</p> <p>Abaterea medie:</p> <p>$D >$</p> <p>(m)</p> <p>10^{-10} (m)</p> <p>(m)</p>	$D = h / ((2m_e eU)^{1/2})$ $\langle D_A \rangle = 2,17 \cdot 10^{-10}$ $\langle D_B \rangle = 2,15 \cdot 10^{-10}$ $\langle D_C \rangle = 1,26 \cdot 10^{-10}$ $\langle \Delta D \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 D_i - \langle D \rangle $ $\langle \Delta D_A \rangle = 0,01 \cdot 10^{-10}$ <p>(cu corecția anterioară)</p> $\langle \Delta D_B \rangle = 0,01 \cdot 10^{-10}$ $\langle \Delta D_C \rangle = 0,01 \cdot 10^{-10}$ <table border="1" data-bbox="363 1070 893 1572"> <thead> <tr> <th></th> <th>θ</th> <th>U (V)</th> <th>D (10^{-10} m)</th> <th>$\langle D \rangle$ (10^{-10} m)</th> <th>$D - \langle D \rangle$ (10^{-10} m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td rowspan="5">A</td><td>85</td><td>32</td><td>2,177</td><td rowspan="5">2,170</td><td>0,007</td></tr> <tr><td>80</td><td>33</td><td>2,169</td><td>0,002</td></tr> <tr><td>75</td><td>35</td><td>2,147</td><td>0,023</td></tr> <tr><td>70</td><td>36</td><td>2,176</td><td>0,006</td></tr> <tr><td>65</td><td>38,5</td><td>2,182</td><td>0,012</td></tr> <tr><td rowspan="5">B</td><td>85</td><td>32,5</td><td>2,160</td><td rowspan="5">2,151</td><td>0,009</td></tr> <tr><td>80</td><td>34</td><td>2,137</td><td>0,015</td></tr> <tr><td>75</td><td>35</td><td>2,147</td><td>0,004</td></tr> <tr><td>70</td><td>36,5</td><td>2,161</td><td>0,010</td></tr> <tr><td>65</td><td>35</td><td>2,289</td><td></td></tr> <tr><td rowspan="5">C</td><td>85</td><td>97,5</td><td>1,247</td><td rowspan="5">1,255</td><td>0,008</td></tr> <tr><td>80</td><td>100</td><td>1,246</td><td>0,009</td></tr> <tr><td>75</td><td>103,5</td><td>1,249</td><td>0,006</td></tr> <tr><td>70</td><td>108</td><td>1,257</td><td>0,002</td></tr> <tr><td>65</td><td>112,5</td><td>1,277</td><td>0,022</td></tr> </tbody> </table>		θ	U (V)	D (10^{-10} m)	$\langle D \rangle$ (10^{-10} m)	$ D - \langle D \rangle $ (10^{-10} m)	A	85	32	2,177	2,170	0,007	80	33	2,169	0,002	75	35	2,147	0,023	70	36	2,176	0,006	65	38,5	2,182	0,012	B	85	32,5	2,160	2,151	0,009	80	34	2,137	0,015	75	35	2,147	0,004	70	36,5	2,161	0,010	65	35	2,289		C	85	97,5	1,247	1,255	0,008	80	100	1,246	0,009	75	103,5	1,249	0,006	70	108	1,257	0,002	65	112,5	1,277	0,022	<p>0,10 p</p> <p>0,30 p</p> <p>0,30 p</p> <p>0,30 p</p> <p>0,20 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,10 p</p> <p>1,50 p</p>		
	θ	U (V)	D (10^{-10} m)	$\langle D \rangle$ (10^{-10} m)	$ D - \langle D \rangle $ (10^{-10} m)																																																																							
A	85	32	2,177	2,170	0,007																																																																							
	80	33	2,169		0,002																																																																							
	75	35	2,147		0,023																																																																							
	70	36	2,176		0,006																																																																							
	65	38,5	2,182		0,012																																																																							
B	85	32,5	2,160	2,151	0,009																																																																							
	80	34	2,137		0,015																																																																							
	75	35	2,147		0,004																																																																							
	70	36,5	2,161		0,010																																																																							
	65	35	2,289																																																																									
C	85	97,5	1,247	1,255	0,008																																																																							
	80	100	1,246		0,009																																																																							
	75	103,5	1,249		0,006																																																																							
	70	108	1,257		0,002																																																																							
	65	112,5	1,277		0,022																																																																							
<p>4)</p> 	$2d \cos \theta_1 = n_1 \lambda_1 \text{ sau } 2d \cos \theta_1 = n_1 \frac{h}{(2m_e eU)^{1/2}}$ $2d \cos \theta_1 = n_2 \lambda_2 \text{ sau } 2d \cos \theta_1 = n_2 \frac{h}{(2m_e eU)^{1/2}}$ $n_2 = n_1 + 1$ $n_1 = \# 1 / [(U_2/U_1)^{1/2} - 1] \#; n_1 = \# 5,84 \#; n_1 = 6$	<p>0,15 p</p> <p>0,15 p</p> <p>0,20 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p>	<p>1,00 p</p>																																																																									

	$n_2 = n_1 + 1 = \# 6,84 \#;$	$n_2 = 7$																															
5)	 <p>Orientând versorii \vec{i}, \vec{j} și \vec{k} în lungul muchiiilor cubului, normala la suprafața cristalului este: $\vec{n} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} / \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ $\vec{n} = (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) / \sqrt{3}$</p> <p>Distanța interplanară (proiecția unei muchii pe direcția normalei) este: $d = a\vec{n}\vec{i} = a\vec{n}\vec{j} = a\vec{n}\vec{k} = a/\sqrt{3} = 2,03 \text{ \AA}$</p> <p>Alternativ, diagonala cubului este $a\sqrt{3}$ iar distanța dintre planele consecutive este de $1/3$ din lungimea diagonalei. (se acordă punctajul integral de 0,50p)</p> $d = a/\sqrt{3} = 2,03 \text{ \AA}$	0,20 p	0,30 p	0,50 p																													
6)	$2d \cos \theta_1 = n\lambda$ $d_{\text{exp}} = n h / ((2m_e e U)^{1/2})$ <table border="1" data-bbox="191 985 526 1366"> <thead> <tr> <th>$2\cos\theta_1$</th> <th>$U^{1/2}$</th> <th>n</th> <th>d</th> </tr> <tr> <th>(V)</th> <th>(V)</th> <th></th> <th>(10^{-10} m)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5,3</td><td>2</td><td>2,35</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>2,34</td></tr> <tr><td>11,4</td><td>4</td><td>2,19</td></tr> <tr><td>14,7</td><td>5</td><td>2,12</td></tr> <tr><td>18,1</td><td>6</td><td>2,06</td></tr> <tr><td>21,2</td><td>7</td><td>2,06</td></tr> <tr><td>24,2</td><td>8</td><td>2,06</td></tr> </tbody> </table> <p>Dacă se elimină primele două valori ca fiind mult diferite de celelalte, se obține: $\langle d_{\text{exp}} \rangle = 2,10 \cdot 10^{-10}$ (m) Altfel $\langle d \rangle = 2,2 \cdot 10^{-10}$ (m) (se vor acorda doar 0,50 p)</p> <p>(Din cauza faptului că numărul de valori experimentale este mai mic decât 10, nu se calculează abaterea standard a valorii medii)</p> <p>Abaterea medie: $\langle \Delta d \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 d_i - \langle d \rangle$ $\langle \Delta d \rangle = 0,08 \cdot 10^{-10}$ (m) $d_{\text{exp}} = (2,10 \pm 0,08) \cdot 10^{-10}$ (m)</p>	$2\cos\theta_1$	$U^{1/2}$	n	d	(V)	(V)		(10^{-10} m)	5,3	2	2,35	8	3	2,34	11,4	4	2,19	14,7	5	2,12	18,1	6	2,06	21,2	7	2,06	24,2	8	2,06	0,10 p 0,15 p	0,75 p	1,50 p
$2\cos\theta_1$	$U^{1/2}$	n	d																														
(V)	(V)		(10^{-10} m)																														
5,3	2	2,35																															
8	3	2,34																															
11,4	4	2,19																															
14,7	5	2,12																															
18,1	6	2,06																															
21,2	7	2,06																															
24,2	8	2,06																															
7)	<table border="1" data-bbox="191 1657 606 1993"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>$U^{1/2}$</th> <th>$U^{1/2}/n$</th> </tr> <tr> <th></th> <th>(V)^{1/2}</th> <th>(V)^{1/2}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>6,14</td><td>3,07</td></tr> <tr><td>3</td><td>9,20</td><td>3,07</td></tr> <tr><td>4</td><td>12,27</td><td>3,07</td></tr> <tr><td>5</td><td>15,34</td><td>3,07</td></tr> <tr><td>6</td><td>18,41</td><td>3,07</td></tr> </tbody> </table>	n	$U^{1/2}$	$U^{1/2}/n$		(V) ^{1/2}	(V) ^{1/2}	2	6,14	3,07	3	9,20	3,07	4	12,27	3,07	5	15,34	3,07	6	18,41	3,07	0,10 p	0,80 p	1,00 p								
n	$U^{1/2}$	$U^{1/2}/n$																															
	(V) ^{1/2}	(V) ^{1/2}																															
2	6,14	3,07																															
3	9,20	3,07																															
4	12,27	3,07																															
5	15,34	3,07																															
6	18,41	3,07																															
			0,10 p																														

7	21,48	3,07	$2d \cos \theta_1 = n \cdot h / (2m_e e U)^{1/2};$				
8	24,55	3,07	$(U_n)^{1/2} = n \cdot h / (2d \cos \theta_1 (2m_e e)^{1/2})$				
<p>pentru valorile din coloana a 2-a:</p> <p>$(U'_n)^{1/2} = n \cdot 3,07 (V)^{1/2}$</p>							
<p>8) În conformitate cu notațiile din desen, diferența de drum optic între fasciculele reflectate este:</p> <p>Utilizând legea refracției: se obține prin calcul :</p> <p>Condiția obținerii unui maxim de interferență, $\delta_n = n\lambda$ devine:</p>				<p>$\delta = 2(d \mu / \cos \theta' - d \operatorname{tg} \theta' \sin \theta)$</p> <p>$\sin \theta = \mu \sin \theta'$</p> <p>$\delta = 2d (\mu^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}$</p> <p>$2d(\mu^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} = n\lambda_n$</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,30 p</p> <p>0,10 p</p> <p>0,25 p</p>	<p>1,00 p</p>	
<p>desen</p>				<p>pentru</p>			
<p>9)</p>							
n	$U^{1/2}$ $(V)^{1/2}$	μ	$2d(\mu^2 - \sin^2 \theta_1)^{1/2} = n\lambda$ $\lambda = h / (2m_e e U)^{1/2}$	0,10 p			
2	5,3	1,153		0,10 p			
3	8	1,146	$\mu = (n^2 h^2 / (8m_e e U d^2) + \sin^2 \theta_1)^{1/2}$	0,30 p			
4	11,4	1,074			1,00 p		
5	14,7	1,042		0,50 p			
6	18,1	1,017					
7	21,2	1,013					
8	24,2	1,014					
<p>pentru datele din tabel:</p>							

Bareme propuse de:
Prof. Mircea Noru PARPALEA – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov
Prof. Mircea Paul TĂNĂȘESCU – Colegiul Național „Andrei Șaguna” Brașov



21-26 APRILIE

