

## PROGRAMA CONCURSULUI NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”

- Pentru fiecare clasă, în programa de concurs sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de concurs din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de concurs de la etapa județeană.
- Conținuturile din afara programei școlare sunt evidențiate prin subliniere.
- În rezolvarea problemelor propuse în cadrul concursului pot fi folosite cunoștințe suplimentare față de programa școlară.

ETAPA JUDEȚEANĂ a Concursului Național „Pedagogia Matematicii”	ETAPA NAȚIONALĂ a Concursului Național „Pedagogia Matematicii”
Clasa a IX-a	
<p><b>ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Mulțimi și elemente de logică matematică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mulțimea numerelor reale</li> <li>• Operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale</li> <li>• Operații logice elementare, corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi</li> </ul> <p><b>Șiruri</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modalități de a descrie un șir</li> <li>• Progresii aritmetice; formula termenului general în funcție de un termen dat și rație; suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii aritmetice</li> <li>• Progresii geometrice; formula termenului general în funcție de un termen dat și rație; suma primilor <math>n</math> termeni ai unei progresii geometrice</li> <li>• <u>Condiția ca <math>n</math> numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru <math>n \geq 3</math></u></li> </ul> <p><b>Funcții. lecturi grafice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reper cartezian; produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma <math>x = m</math> sau <math>y = m</math>, <math>m \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Funcția: definiție, exemple, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții</li> <li>• Funcții numerice <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math>, cu <math>D \subseteq \mathbb{R}</math>, graficul unei funcții, reprezentarea</li> </ul>	<p><b>ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Funcția de gradul al II-lea</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reprezentarea grafică a funcției <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math>, <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math>, cu <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math> și <math>a \neq 0</math>; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația <math>f(x) = 0</math></li> <li>• Simetria față de drepte de forma <math>x = m</math>, cu <math>m \in \mathbb{R}</math>;</li> <li>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}</math>, cu <math>s, p \in \mathbb{R}</math></li> <li>• Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei); interpretare geometrică</li> <li>• Poziționarea parabolei față de axa <math>Ox</math></li> <li>• Semnul funcției; inecuații de forma <math>ax^2 + bx + c \leq 0 (\geq, &lt;, &gt;)</math>, <math>a \neq 0</math>; interpretare geometrică</li> <li>• Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă; rezolvarea sistemelor de forma <math>\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}</math>, <math>a, b, c, m, n \in \mathbb{R}</math>, interpretare geometrică.</li> </ul> <p><b>GEOMETRIE</b></p> <p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectorul de poziție al unui punct</li> <li>• Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)</li> </ul>

<p>geometrică a graficului; intersecția graficului cu axele de coordonate; interpretarea grafică a unor ecuații de forma <math>f(x) = g(x)</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lecturi grafice: mărginire, monotonie, paritate, imparitate, periodicitate</li> </ul> <p><b>Funcția de gradul I</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reprezentarea grafică; interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției</li> <li>• Ecuații și inecuații reductibile la cele de forma <math>ax + b \leq 0 (\geq, &lt;, &gt;)</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math> studiate pe <math>\mathbb{R}</math>, interpretare grafică</li> <li>• Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul <math>\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}</math>, <math>a, b, c, m, n, p</math> numere reale</li> </ul> <p><b>GEOMETRIE</b></p> <p><b>Vectori în plan</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segment orientat, vectori, vectori coliniari</li> <li>• Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare;</li> <li>• Înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari</li> <li>• Condiția de coliniaritate; descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)</li> </ul> <p><b>Aplicații ale trigonometriei în geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rezolvarea triunghiului dreptunghic</li> <li>• Formulele: <math>\cos(180^\circ - x) = -\cos x</math>, <math>\sin(180^\circ - x) = \sin x</math></li> <li>• Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului</li> </ul>
<b>Clasa a X-a</b>	
<p><b>ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Numere reale</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real</li> <li>• Aproximări raționale pentru numere iraționale.</li> <li>• Puteri cu exponent irațional și real a unui număr pozitiv.</li> <li>• Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor</li> <li>• Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.</li> </ul> <p><b>Funcții și ecuații</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funcția putere cu exponent natural <math>f: \mathbb{R} \rightarrow D, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2</math></li> </ul>	<p><b>ALGEBRĂ</b></p> <p><b>Matematici financiare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Probleme de numărare: mulțimi finite ordonate, permutări, aranjamente, combinații</li> <li>• Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA</li> <li>• Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice.</li> <li>• Interpretarea datelor statistice prin parametrii de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie.</li> <li>• Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile. Probabilități condiționate</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Funcția radical <math>f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}, n = 2, 3</math>, unde <math>D = [0, \infty)</math> pentru <math>n</math> par și <math>D = \mathbb{R}</math> pentru <math>n</math> impar. Radical dintr-un număr rațional (de ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor.</li> <li>Funcția exponențială <math>f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = a^x, a \in (0, \infty), a \neq 1</math></li> <li>Funcția logaritmică <math>f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0, \infty), a \neq 1</math>, creștere exponențială, creștere logaritmică</li> <li>Ecuatii iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3</li> <li>Ecuatii exponențiale</li> <li>Ecuatii logaritmice de forma <math>a^{f(x)} = a^{g(x)}</math>, <math>a</math> real pozitiv, <math>\log_a f(x) = b</math>, <math>a</math> real pozitiv, diferit de 1 și <math>b</math> real, utilizarea de substituții care conduc la rezolvarea de ecuații algebrice</li> </ul>	<b>GEOMETRIE</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan.</li> <li>Coordonatele unui vector în plan; coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real.</li> <li>Ecuatii ale dreptei în plan determinată de un punct și de o direcție dată, și ale dreptei determinată de două puncte distincte</li> <li>Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan</li> <li>Calcul de distanțe și arii</li> </ul>
<b>Clasa a XI-a</b>	
<b>Disciplina Matematică</b>	
<b>Legi de compoziție</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Noțiuni introductive. Notății pentru o lege de compoziție. Adunarea și înmulțirea modulo <math>n</math></li> <li>Parte stabilă. Lege de compoziție internă. Tabla unei legi de compoziție</li> <li>Proprietăți ale legilor de compoziție: comutativitate, asociativitate, element neutru, elemente simetrizabile</li> </ul> <b>Structuri algebrice</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Monoid: definiție și exemple</li> <li>Grup: definiție și exemple</li> </ul>	<b>Structuri algebrice</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Inel: definiție, exemple, inelul claselor de resturi modulo <math>n</math></li> <li>Corp: definiție, exemple</li> <li>Exemple: <math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Z}_n, \mathbb{Q}, \mathbb{R}</math>.</li> </ul>
<b>Disciplina Aritmetică</b>	
<b>Mulțimi, relații, funcții</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Mulțimi, egalitatea mulțimilor, incluziune, operații cu mulțimi corelate cu operații logice elementare</li> <li>Relații binare pe o mulțime, relații de echivalență, relații de ordine.</li> </ul> <b>Mulțimea numerelor naturale</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Numere cardinale, operații cu numere cardinale, relația de ordine.</li> <li>Mulțimea numerelor naturale.</li> <li>Operații cu numere naturale, proprietăți, teorema împărțirii cu rest.</li> </ul>	<b>Mulțimea numerelor raționale pozitive</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fracții, egalitatea fracțiilor, fracții zecimale finite, fracții zecimale infinite, fracții zecimale periodice, operații, proprietăți.</li> <li>Mulțimea numerelor raționale pozitive, operații</li> <li>Rapoarte și proporții, șir de rapoarte egale, proporționalitate directă și proporționalitate inversă</li> <li>Procente, aplicații ale procentelor în calculul financiar</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Sisteme de numerație (binar, octal, zecimal, hexazecimal), baze de numerație, scrierea unui număr natural în baze diferite, operații (adunarea și scăderea) în baze de numerație, conversii din baza 10 în baza <math>b</math> și din baza <math>b</math> în baza 10 (unde <math>b = 2</math>, <math>b = 8</math> sau <math>b = 10</math>)</li> </ul> <p><b>Mulțimea numerelor naturale</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Relații de ordine pe mulțimea numerelor naturale: relația de ordine <math>\leq</math> și relația de divizibilitate pe <math>\mathbb{N}</math>, proprietăți</li> <li>Numere prime, teorema fundamentală a aritmeticii, ciurul lui Eratostene, cel mai mare divizor comun, cel mai mic multiplu comun.</li> <li>Congruențe modulo <math>n</math>.</li> </ul>	
<p align="center"><b>Disciplina Metodica predării matematicii/activităților matematice</b></p>	
<p><b>Curriculum disciplinar și proiectarea didactică</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Finalitățile învățării matematicii pe cicluri de învățământ și cicluri curriculare, structura programei școlare, tipuri de curriculum</li> <li>Lectura personalizată a programei școlare, planificarea calendaristică</li> <li>Proiectarea didactică a unei unități de învățare, etape în proiectarea demersului didactic, relația dintre lecție și unitatea de învățare</li> </ul> <p><b>Resurse educaționale în învățarea matematicii</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Integrarea metodelor, procedeele, mijloacelor didactice, formelor de organizare a învățării și a evaluării în proiectare didactică pe unități de învățare</li> <li>Jocul didactic matematic, structura și etapele jocului, tipuri de jocuri didactice (jocuri cu mulțimi, jocuri de numerație, jocuri logice), jocul ca formă de activitate</li> </ul> <p><b>Formarea conceptului de număr, numerația în preșcolar și în învățământul primar</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Procesul de formare a reprezentărilor despre număr la vârsta preșcolară și școlară mică, conservarea numerică, etape ale învățării unui număr</li> <li>Proiectarea didactică a învățării numerației în preșcolar și primar, organizarea activităților de învățare prin exercițiu sau joc didactic, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: scrierea, citirea, compunerea și descompunerea numerelor, compararea, ordonarea și estimarea numerelor naturale</li> </ul>	<p><b>Formarea capacității de explorare/ investigare și rezolvare de probleme</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Noțiunea de problemă și de rezolvare de problemă, clasificarea problemelor după diferite criterii.</li> <li>Probleme simple: metodica predării la învățământul preșcolar și primar, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic.</li> <li>Probleme compuse: etape de rezolvare, metode de analiză, organizarea activităților de învățare în învățarea metodelor tipice și netipice de rezolvare (figurativă: falsă ipoteză, comparație, mers invers, mișcare, estimare, încercări, logică și probabilități, organizare a datelor).</li> </ul> <p><b>Măsurare și măsură</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Formarea reprezentărilor despre măsură: lungime, masă, volum, timp și valoare la vârsta preșcolară și școlară mică.</li> <li>Aplicații</li> <li>Proiectarea didactică, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: măsurare cu unități de măsură nestandard și standard a lungimii, masei, volumului, utilizarea instrumentelor de măsură, multipli și submultipli; măsurarea timpului și a valorii.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>Formarea reprezentărilor despre numere fracționare, unitatea fracționară, compararea fracțiilor</li> </ul> <p><b>Formarea conceptului de operație aritmetică și învățarea operațiilor aritmetice în preșcolar și primar</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Procesul de formare a reprezentărilor despre operație la vârsta preșcolară și școlară mică</li> <li>Proiectarea didactică, rolul problemelor simple învățarea operațiilor, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: adunarea și scăderea numerelor naturale, calculul oral (dezvoltat), scris și mental, relația dintre adunare și scădere, tehnici de calcul rapid</li> <li>Înmulțirea numerelor naturale: adunarea repetată cu termeni egali, tabla înmulțirii, utilizarea proprietăților operației în calculul oral (dezvoltat), calculul scris, tehnici de calcul rapid; împărțirea numerelor naturale: scăderea repetată, împărțirea în părți egale, împărțirea prin cuprindere, împărțirea cu rest, relația dintre înmulțire și împărțire, proba operațiilor, calculul scris, tehnici de calcul rapid</li> <li>Proiectarea didactică, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării în învățarea adunării și scăderii fracțiilor</li> </ul>	<p><b>Formarea reprezentărilor geometrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Specificul învățării geometriei, fazele procesului de formare a noțiunilor geometrice în învățarea inductivă.</li> <li>Proiectarea didactică, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: figuri plane: observare, identificare, descriere, clasificare, desenare, recunoaștere de proprietăți; corpuri geometrice: observare, identificare, descriere, clasificare, desenare, recunoaștere de proprietăți.</li> </ul>
<p align="center"><b>Clasa a XII-a</b></p>	
<p align="center"><b>Disciplina Matematică</b></p>	
<p><b>Matrice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tabel de tip matricial. Matrice, mulțimi de matrice</li> <li>Operații cu matrice: adunarea a două matrice, înmulțirea unei matrice cu un scalar, produsul a două matrice, proprietăți</li> </ul> <p><b>Determinanți</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determinantul unei matrice pătrate de ordin cel mult 3</li> <li>Proprietăți ale determinanților</li> </ul> <p><b>Sisteme de ecuații liniare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Matrice inversabile din <math>M_n(\mathbb{R})</math>, <math>n = 2, 3</math>.</li> <li>Ecuații matriceale</li> </ul>	<p><b>Sisteme de ecuații liniare</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sisteme de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute, forma matricială a unui sistem liniar</li> <li>Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss</li> <li>Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și caracterizarea coliniarității a trei puncte în plan</li> </ul>

### **Disciplina *Aritmetică***

#### **Metode de rezolvare a problemelor**

- Metoda figurativă (grafică): aflarea a două numere când se dau suma și diferența lor; aflarea a două numere când se dau suma și raportul lor; aflarea a două numere când se dau diferența și raportul lor; alte categorii de probleme rezolvabile prin metoda grafică
- Metoda falsei ipoteze
- Metoda comparației
- Metoda mersului invers
- Mărimi proporționale: regula de trei simplă; regula de trei compusă; împărțirea unui număr în părți proporționale cu numere date

#### **Metode de rezolvare a problemelor**

- Probleme de mișcare: distanță, viteză, timp; mobile care merg în același sens; mobile care merg în sens contrar
- Probleme de organizare a datelor
- Probleme de logică și perspicacitate
- Probleme de numărare și probabilități

### **Disciplina *Metodica predării matematicii/activităților matematice***

#### **Curriculum disciplinar și proiectarea didactică**

- Finalitățile învățării matematicii pe cicluri de învățământ și cicluri curriculare, structura programei școlare, tipuri de curriculum.
- Lectura personalizată a programei școlare, planificarea calendaristică
- Proiectarea didactică a unei unități de învățare, etape în proiectarea demersului didactic, relația dintre lecție și unitatea de învățare.

#### **Resurse educaționale în învățarea matematicii**

- Integrarea metodelor, procedeele, mijloacelor didactice, formelor de organizare a învățării și a evaluării în proiectare didactică pe unități de învățare
- Jocul didactic matematic, structura și etapele jocului, tipuri de jocuri didactice (jocuri cu mulțimi, jocuri de numerație, jocuri logice), jocul ca formă de activitate.

#### **Formarea conceptului de număr, numerația în preprimar și în învățământul primar**

- Procesul de formare a reprezentărilor despre număr la vârsta preșcolară și școlară mică, conservarea numerică, etape ale învățării unui număr.
- Proiectarea didactică a învățării numerației în preprimar și primar, organizarea activităților de învățare prin exercițiu sau joc didactic, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: scrierea, citirea, compunerea și descompunerea numerelor, compararea, ordonarea și estimarea numerelor naturale.

#### **Formarea capacității de explorare/ investigare și rezolvare de probleme**

- Noțiunea de problemă și de rezolvare de problemă, clasificarea problemelor după diferite criterii.
- Probleme simple: metodica predării la învățământul preprimar și primar, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic.
- Probleme compuse: etape de rezolvare, metode de analiză, organizarea activităților de învățare în învățarea metodelor tipice și netipice de rezolvare (figurativă: falsă ipoteză, comparație, mers invers, mișcare, estimare, încercări, logică și probabilități, organizare a datelor).

#### **Măsurare și măsură**

- Formarea reprezentărilor despre măsură: lungime, masă, volum, timp și valoare la vârsta preșcolară și școlară mică.
- Aplicații
- Proiectarea didactică, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: măsurare cu unități de măsură nestandard și standard a lungimii, masei, volumului, utilizarea instrumentelor de măsură, multipli și submultipli; măsurarea timpului și a valorii.

- Formarea reprezentărilor despre numere fracționare, unitatea fracționară, compararea fracțiilor.

**Formarea conceptului de operație aritmetică și învățarea operațiilor aritmetice în preșcolar și primar**

- Procesul de formare a reprezentărilor despre operație la vârsta preșcolară și școlară mică.
- Proiectarea didactică, rolul problemelor simple în învățarea operațiilor, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: adunarea și scăderea numerelor naturale, calculul oral (dezvoltat), scris și mental, relația dintre adunare și scădere, tehnici de calcul rapid;
- Înmulțirea numerelor naturale: adunarea repetată cu termeni egali, tabla înmulțirii, utilizarea proprietăților operației în calculul oral (dezvoltat), calculul scris, tehnici de calcul rapid; împărțirea numerelor naturale: scăderea repetată, împărțirea în părți egale, împărțirea prin cuprindere, împărțirea cu rest, relația dintre înmulțire și împărțire, proba operațiilor, calculul scris, tehnici de calcul rapid;
- Proiectarea didactică, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării în învățarea adunării și scăderii fracțiilor.

**Formarea reprezentărilor geometrice**

- Specificul învățării geometriei, fazele procesului de formare a noțiunilor geometrice în învățarea inductivă.
- Proiectarea didactică, organizarea activităților de învățare, utilizarea materialului didactic, specificul evaluării: figuri plane: observare, identificare, descriere, clasificare, desenare, recunoaștere de proprietăți; corpuri geometrice: observare, identificare, descriere, clasificare, desenare, recunoaștere de proprietăți.