

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2026

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Demonstrați egalitatea $i^{2026} = \log_2 0,5$.
- 5p 2. Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - 3x - 2 = 0$. Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 < \sqrt{170}$.
- 5p 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca o submulțime a mulțimii $\mathcal{A} = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ să conțină cel puțin 5 elemente.
- 5p 5. În sistemul xOy considerăm punctele $A(2,3)$, $B(5,1)$ și $C(3,-5)$. Determinați lungimea medianei care pornește din punctul A în triunghiul ABC .
- 5p 6. Fie $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$. Demonstrați egalitatea $\frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} = \operatorname{tg} x$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Considerăm mulțimea $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 1 & 0 \\ -b & 0 & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid a^2 + b^2 = 1 \right\}$.
- 5p a) Demonstrați că matricea $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & 0 & \frac{4}{5} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{4}{5} & 0 & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ aparține mulțimii $\mathcal{A}$.
- 5p b) Demonstrați că, oricare ar fi matricele $U, V \in \mathcal{A}$, avem $U \cdot V \in \mathcal{A}$.
- 5p c) Demonstrați că, oricare ar fi matricea $U \in \mathcal{A}$ avem $U^{-1} \in \mathcal{A}$.
2. Pe mulțimea $M = [0, \infty)$ considerăm operația " $\oplus$ " definită prin $x \oplus y = x + 9y - 6\sqrt{xy}$, oricare ar fi $x, y \geq 0$.
- 5p a) Demonstrați că $4 \oplus 9 = 49$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea M ecuația $x \oplus 1 = 10$.
- 5p c) Studiați dacă operația " $\oplus$ " admite element neutru.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$.
- 5p a) Demonstrați că ecuația $f'(x) = 0$ admite o singură soluție reală.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(1,99) + f(2,01) < f(1,97) + f(2,03)$.
2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definite prin $f(x) = x \cos x + \sin x$ și $g(x) = x \sin x$.
- 5p a) Demonstrați că funcția g este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați $\int_1^{\frac{\pi}{2}} f(x) \ln x \, dx$.
- 5p c) Calculați $\int_1^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x f(x^2) \ln x \, dx$.