

EXAMENUL DE BACALAUREAT - 2026

Simulare județeană

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$ *Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_2 + a_6 = 26$. Arătați că $a_4 = 13$.
- 5p 2. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2, g(x) = x^2 - 6$. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției $f \circ g$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.
- 5p 4. Într-un laborator lucrează 8 cercetători dintre care 5 sunt biologi și 3 sunt chimiști. În câte moduri pot fi formate echipe de cercetare formate din 5 cercetători dintre care 2 sunt chimiști?
- 5p 5. Calculați $\operatorname{tg} x, x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, știind că $\sin x = \frac{2}{3}$.
- 5p 6. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 10$ și $BC = 12$. Aflați raza cercului circumscris triunghiului ABC .

Subiectul II

(30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ și $B(a) = A + aI_2, a \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Demonstrați că $A^2 + 2A - 2I_2 = O_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p b) Rezolvați ecuația $\det(A - xI_2) = 0$.
- 5p c) Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $B^2(a) = 3I_2$.
2. Pe intervalul real $(2, \infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6, \forall x, y \in (2, \infty)$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in (2, \infty)$.
- 5p b) Determinați mulțimea elementelor simetrizabile față de legea de compoziție considerată.
- 5p c) Rezolvați ecuația $x \circ x \circ x = 29$.

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 2x - 6}{x - 3}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x(x-6)}{(x-3)^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
- 5p b) Scrieți ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $f(x) \geq 14, \forall x > 3$.
2. Se consideră funcția $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x(1 + \ln x)}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^{2+\ln x} \frac{1}{x} \cdot f(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe $(1, \infty)$.
- 5p c) Determinați $a \in [1, \infty)$, astfel încât $\int_1^a f(x) dx = \ln 2$.