Universitatea de Vest din Timişoara
Facultatea de Matematică şi Informatică

Inspectoratul şcolar judeţean
Caraş-Severin

Concursul interjudeţean de matematică

”Traian Lalescu”, Ediţia a XXV-a,
Reşiţa, 25-27 martie 2011
Barem de corectare pentru clasa a VI-a

Subiectul 1.

- Oficiu 1p
- Arată că prima cifră poate fi doar 1, dar prin mutarea acesteia la sfârşitul numărului, acesta nu este multiplu de 5, deci nu există astfel de numere 1p
- Arată că prima cifră poate fi doar 1, dar prin mutarea acesteia la sfârşitul numărului, acesta nu este multiplu de 6, deci nu există astfel de numere 1p
- Arată că prima cifră poate fi doar 1, dar prin mutarea acesteia la sfârşitul numărului, acesta nu este multiplu de 8, deci nu există astfel de numere 1p
- În cazul numărului care se dublează, prima cifră este 2 sau 4 ...... 1p
- Dacă prima cifră este 2, atunci $\overline{2xy\dots zt}\cdot 2=\overline{xy\dots zt2}$ şi t este 1 sau 6 .... 1p
- Dacă $t=1$, atunci $\overline{2xy\dots z1}$ este impar, iar $\overline{xy\dots z12}$ este multiplu de 4, contradicţie 0,75p
- Dacă $t=6$, atunci $\overline{2xy\dots z6}\cdot 2=M_4$, iar $\overline{xy\dots 62}\neq M_4$, contradicţie 0,75p
- Dacă prima cifră este 4, atunci $\overline{4xy\dots zt}\cdot 2=\overline{xy\dots zt4}$, deci t este 2 sau 7 .... 1p

- Dacă $t = 2$, $\overline{4xy\ldots z2} \cdot 2 = \overline{xy\ldots z24}$ şi z este 1 sau 6. În primul caz, $\overline{4xy\ldots 12} \cdot 2 = M_8$ şi $\overline{xy\ldots 124} \neq M_8$. În al doilea caz, $\overline{4xy\ldots 62} \cdot 2 \neq M_8$ şi $\overline{xy\ldots 624} = M_8$ 0,75p

- Dacă $t = 7$, $\overline{4xy\ldots z7} \cdot 2 = \overline{xy\ldots z74}$ şi z este 3 sau 8. Arată că în ambele cazuri nu există astfel de numere 0,75p

Subiectul 2.

- Oficiu 1p

- a) Observă că $a^{n+2} + b^{n+2} = (a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n)$ ... 1p

- Notează $x = a^n + b^n$ şi observă că $x = (a+b)x - abx$, deci $(a-1)(b-1) = 0$ 1p

- Dacă $a = 1$, atunci $b = 1$ şi invers 1p

- b) Arată că a, b, c - distincte 1p

- Presupune $a > b > c \Rightarrow \frac{3}{a} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < \frac{3}{c} \Rightarrow c < 3$ 1p

- $c = 1$ nu convine 0,5p

- Pentru $c = 2$ rezultă $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$. Atunci $\frac{2}{a} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < \frac{2}{b}$, de unde $b = 3$, deci $a = 6$ 2,5p

- Soluţia $a = 6$, $b = 3$, $c = 2$ verifică condiţia problemei.............. 1p

Subiectul 3.

- Oficiu 1p

- Figura 1p

- a) ΔADC este echilateral, $\Delta ADC \equiv \Delta ABC$ şi $[AD] \equiv [DC] \equiv [AC] \equiv [AB] \equiv [CB]$ (1) 1p

- ΔDOC este isoscel şi $m(\widehat{DOC}) = 2x$, unde $x = m(\widehat{POC})$ 1p

- $\Delta DOC \equiv \Delta MOC$, deci $[DC] \equiv [CM]$ (2) 1p

- Din (1), (2) rezultă că $[AD] \equiv [CM]$ 0,5p
- b) $[CB] \equiv [CM]$, deci $m(\widehat{CBM}) = m(\widehat{CMB})$ (3) 1p
- $m(\widehat{CMB}) = m(\widehat{OCM}) = \frac{180^\circ - 2x}{2} = 90^\circ - x$ (4) 1p
- $\widehat{CBM}$ este exterior ΔOBC, deci $m(\widehat{CBM}) = 30^\circ + 3x$ (5) 1,5p
- Din (3), (4) şi (5) rezultă că $x = 15^\circ$, deci $m(\widehat{POQ}) = 45^\circ$ 1p

Subiectul 4.

- Oficiu 1p
- Celula q a fost închisă şi deschisă în total de m ori, unde m este numărul divizorilor lui q 3p
- Celula q rămâne deschisă dacă m este un număr impar 2p
- Un număr are numărul divizorilor impar dacă şi numai dacă este pătrat perfect 3p
- Finalizare 1p