

Universitatea de Vest din Timișoara  
Inspectoratul Școlar Județean Caraș-Severin

**Concursul Interjudețean de Matematică**  
**Memorialul "Traian Lalescu", Ediția a XXV-a,**  
Reșița, 25-27 martie 2011  
**Clasa a VIII-a - Barem orientativ de corectare**

**Problema 1.** Start ... 1p

Scrie  $(a-1)^2(a+2) \geq 0$  ... 3p

Obține  $a^3 - 3a + 2 \geq 0$  ... 3p

Scrie inegalitățile analoage pentru  $b$  și  $c$ , apoi însumează și obține concluzia ... 3p

**Problema 2.** Start ... 1p

(Observă că punctele  $A, M, A', C$ , respectiv  $C', N, B, D'$  sunt coplanare ... 2p)

Scrie de două ori, în mod corespunzător, condiția de patrulater ortodiagonal ... 2p (4p)

Face calculele și obține două egalități între lungimile muchiilor paralelipipedului, mai exact  $x^2 + y^2 = 2z^2$  și  $y^2 + z^2 = 2x^2$ , unde  $AB = x, BC = y, AA' = z$  ... 4p

Deduce din aceste egalități că paralelipipedul este cub ... 1p

**Problema 3.** Start ... 1p

Precizează că distingem două cazuri: cele trei laturi congruente sunt consecutive sau nu ... 1p

În primul caz ( $AB = BC = CD$ ) deduce mai întâi că  $DE = AE$  ... 2p

Deduce apoi că  $AB = AE$  și trage concluzia că  $ABCDE$  este pentagon regulat ... 3p

Tratează complet (în același mod) cazul al doilea ... 3p

**Problema 4.** Start ... 1p

a) Fie  $H$  proiecția lui  $O$  pe  $(ABC)$  și  $D$  proiecția lui  $O$  pe  $BC$ . Calculează pe  $d$  ca înălțime în triunghiul dreptunghic  $OAD$  și obține egalitatea din enunț ... 3p

b) Alege un triedru de muchii  $OA = \sqrt{a}, OB = \sqrt{b}, OC = \sqrt{c}$  ... 1p

Obține  $AH = \sqrt{a - d^2}$  și analoagele; obține  $BC = \sqrt{b + c}$  și analoagele ... 1p

Obține  $BH \cdot CH \cdot BC + CH \cdot AH \cdot CA + AH \cdot BH \cdot AB =$

$\sqrt{(b+c)(b-d^2)(c-d^2)} + \sqrt{(c+a)(c-d^2)(a-d^2)} + \sqrt{(a+b)(a-d^2)(b-d^2)}$  ... 1p

Arată că  $BH \cdot CH \cdot BC + CH \cdot AH \cdot CA + AH \cdot BH \cdot AB = BC \cdot CA \cdot AB = \sqrt{(b+c)(c+a)(a+b)}$  ... 2p

Folosind punctul a) obține pentru ecuație soluția  $x = \frac{abc}{bc+ca+ab}$  ... 1p