

**Concursul interjudețean de matematică
”Traian Lalescu”, Ediția a XXV-a,
Reșița, 25-27 martie 2011**

Subiecte pentru clasa a VIII-a

1. Fie a, b, c trei numere reale mai mari sau egale decât -2 , având suma nulă. Arătați că $a^3 + b^3 + c^3 \geq -6$.

2. În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ se notează cu M și N centrele fețelor $A' B' C' D'$ și $ADD' A'$. Arătați că dacă $AM \perp A' C$ și $C' N \perp BD'$, atunci paralelipipedul este cub.

3. Arătați că un pentagon convex cu toate unghiurile egale și trei dintre laturi congruente este regulat.

4. a) Fie $OABC$ un tetraedru tridreptunghic ($OA \perp OB \perp OC \perp OA$). Se notează $OA = p, OB = q, OC = r$ și cu d distanța de la punctul O la planul (ABC) . Arătați că are loc egalitatea:

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} + \frac{1}{r^2}.$$

b) Fie $a, b, c > 0$. Să se determine o soluție a ecuației

$$\sqrt{(b+c)(b-x)(c-x)} + \sqrt{(c+a)(c-x)(a-x)} + \sqrt{(a+b)(a-x)(b-x)} = \sqrt{(b+c)(c+a)(a+b)}.$$

Notă. Timp de lucru - 3 ore.