Ministerul Educaţiei, Cercetării, Tineretului şi Sportului
Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Judeţeană şi a Municipiului Bucureşti, 10 Martie 2012

CLASA a VI-a

Problema 1. Pe dreapta d se consideră punctele diferite A, B, C, D, E astfel încât $[AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \equiv [DE]$. Fie M un punct exterior dreptei d astfel încât distanţa de la punctul B la dreapta MA este egală cu distanţa de la punctul D la dreapta ME. Arătaţi că distanţele de la punctul C la dreptele MA şi ME sunt egale.

Problema 2. Pentru fiecare număr natural n notăm cu $s(n)$ suma cifrelor sale. Fie a un număr natural cu 2012 cifre, care este divizibil cu 9. Arătaţi că numărul $s(s(s(a)))$ este pătrat perfect.

Gazeta Matematică

Problema 3. În sala de sport se antrenează mai mulţi copii, fete şi băieţi. Numărul fetelor este de două ori mai mare decât numărul băieţilor. Pentru un exerciţiu demonstrativ, antrenorul alege la întâmplare doi copii. Probabilitatea de a alege un băiat şi o fată este de şase ori mai mare decât probabilitatea de a alege doi băieţi. Aflaţi câţi copii sunt în sala de sport.

Problema 4. O mulţime A de numere naturale nenule se numeşte *primară* dacă diferenţa oricăror două elemente ale sale este divizibilă cu 3 sau cu 5.

a) Daţi exemplu de o mulţime primară cu 4 elemente, care conţine elementele 2 şi 2012.

b) Arătaţi că suma elementelor unei mulţimi primare cu 15 elemente este multiplu de 3 sau de 5.

Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.