



## Olimpiada Națională de Matematică

Etapă Județeană și a Municipiului București, 10 Martie 2012

### CLASA a V-a

**Problema 1.** Aflați numerele de trei cifre care se micșorează de nouă ori dacă li se șterge cifra din mijloc.

*Gazeta Matematică*

### Problema 2.

- a) Care puteri ale numărului 2 se scriu cu patru cifre (în baza 10)?
- b) Fie  $n$  număr natural nenul. Arătați că există cel puțin trei puteri a lui 2 care se scriu cu  $n$  cifre (în baza 10).

**Problema 3.** Se consideră 51 de numere naturale pare. Demonstrați că putem alege două dintre acestea cu proprietatea că produsul dintre suma și diferența lor este divizibil cu 400.

**Problema 4.** Într-o cutie se află 36 de bile numerotate de la 1 la 36. Ion încearcă să elimine bilele din cutie, în etape. Fiecare etapă constă în următoarea succesiune de operații:

- Ion extrage la întâmplare patru bile din urnă.
- Ion elimină câte două bile dintre cele patru dacă diferența numerelor înscrise pe acestea se divide cu 3.
- Ion reintroduce în urnă bilele care nu au fost eliminate.

- a) Arătați că, în fiecare etapă, Ion poate elimina cel puțin două bile.
- b) Arătați că, dacă în cutie rămân numai patru bile, atunci Ion le poate elimina pe toate.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*