

PROGRAMA OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ

pentru clasele IX-XII în anul școlar 2012/2013

la faza județeană și la faza națională

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, ce apar în acest text, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă fără demonstrații.

CLASA a IX-a

- Etapa județeană:

ALGEBRĂ

- 1. Elemente de logică și teoria mulțimilor.**
- 2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale.**
- 3. Funcții. Lecturi grafice.**
- 4. Funcția de gradul întâi.**
- 5. Funcția de gradul al doilea.**

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Ecuații în numere întregi : $ax + by = c$; $x^2 + y^2 = z^2$;
- Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid;
- Congruențe modulo n . Teoremele : Fermat, Wilson;
- Mulțimi. Principiul includerii și excluderii;
- Inegalitatea mediilor. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder.
- Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîsev;
- Funcții injective, surjective, bijective;
- Recurențe liniare de ordinul I și II .

GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE

- 1. Vectori în plan.**
- 2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană.**
- 3. Elemente de trigonometrie.**

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană:

- Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson;
- Puncte și linii importante;
- Teoreme de concurență și coliniaritate;
- Relații metrice.

- Etapa națională:

ALGEBRĂ

Toată materia

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :

- Mulțimi numărabile și nenumărabile ($\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$ sunt numărabile și \mathbf{R} este nenumărabilă).
- Densitatea în \mathbf{R} a mulțimilor \mathbf{Q} și \mathbf{R}/\mathbf{Q} . (orice interval deschis de numere reale conține atât

numere iraționale cât și numere raționale). Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă a este irațional, mulțimea valorilor șirului $\{an\}$ este densă în $[0,1]$).

Indicatorul lui Euler: $\varphi(n)$ = numărul numerelor prime cu n , mai mici decât n ; teorema lui Euler

GEOMETRIE si TRIGONOMETRIE

Toată materia

Notă. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

CLASA a X-a

· Etapa județeană:

ALGEBRĂ

- 1. Mulțimi de numere**
- 2. Funcții și ecuații**
- 3. Metode de numărare**

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Convexitate în sensul lui Jensen, inegalități deduse din convexitate

GEOMETRIE

Toată materia

· Etapa națională:

ALGEBRĂ

Toată materia

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională:

Polinoame

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame;
- Teorema fundamentală a algebrei. Teorema lui Bezout;
- Rădăcini multiple;
- Polinoame ireductibile;
- Relații între rădăcini și coeficienți;
- Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.

GEOMETRIE

Toată materia

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională:

- Elemente de geometrie în spațiu: Geometria tetraedrului, Poliedre
- Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

Notă. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

CLASA a XI-a

· Etapa județeană:

ALGEBRĂ SI GEOMETRIE

1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică (până la rezolvarea sistemelor liniare – exclusiv)

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții;
- Determinantul de ordin n ;
- Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley;
- Rangul unei matrice din $M_{n,m}(C)$;
- Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice;

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Mulțimea numerelor reale.

2. Șiruri de numere reale.

3. Limite de funcții.

4. Funcții continue

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Mulțimi dense în \mathbf{R} , lema intervalului închis (Cantor) Numărabilitate, numărabilitatea lui \mathbf{Q} , nenumărabilitatea lui \mathbf{R} ;
- Puncte limită pentru șiruri;
- Discontinuități de prima și a doua speță;
- Continuitate uniformă;
- Funcții cu proprietatea valorii intermediare (proprietatea lui Darboux).
-

· Etapa națională:

ALGEBRĂ SI GEOMETRIE

Toată materia

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :

- Polinom caracteristic, valori proprii;
- Sisteme liniare de m ecuații cu n necunoscute.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

Toată materia

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :

- Teorema lui Darboux;
- Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange.

Notă. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

CLASA a XII-a

· Etapa județeană:

ALGEBRĂ

1. Elemente de algebră (până la Corpuri - inclusiv)

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy;
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc);
- Grupuri finite generate;
- Grupul permutărilor, cicluri, descompunerea în produs de cicluri disjuncte;
- Subgrupuri clasice (centrul unui grup, centralizatorul unei mulțimi, nucleul și imaginea unui morfism);
- Elemente nilpotente și elemente idempotente;
- Orice corp finit este comutativ.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Elemente de analiză matematică (până la Centre de greutate - inclusiv)

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate;
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue

· Etapa națională:

ALGEBRĂ

Toată materia

ANALIZĂ MATEMATICĂ

Toată materia

Notă. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.