



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 8 Martie 2014

CLASA a V-a

Problema 1. Determinați numerele de forma \overline{abc} care verifică relația

$$b \cdot \overline{ac} = c \cdot \overline{ab} + 10.$$

Gazeta Matematică

Problema 2. Fie M mulțimea numerelor palindrom de forma $5n + 4$, unde $n \in \mathbb{N}$. (Un număr natural se numește *palindrom* dacă este egal cu răsturnatul său. De exemplu, numerele 7, 191, 23532, 3770773 sunt numere palindrom.)

- a) Dacă scriem în ordine crescătoare elementele mulțimii M , stabiliți care este al 50-lea număr scris.
- b) Determinați cel mai mic și cel mai mare dintre elementele mulțimii M care se scriu cu cifre nenule și au suma cifrelor 2014.

Problema 3. Se consideră mulțimea $A = \{1, 3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{2014}\}$. Spunem că se realizează o *partiție* a lui A dacă mulțimea A este scrisă ca o reuniune de submulțimi nevide ale sale, disjuncte două câte două.

- a) Demonstrați că nu există o partiție a lui A astfel încât produsul elementelor fiecărei submulțimi din partiție să fie pătrat perfect.
- b) Arătați că există o partiție a lui A astfel încât suma elementelor fiecărei submulțimi din partiție să fie pătrat perfect.

Problema 4. Un număr natural de 10 cifre se numește *dichisit* dacă cifrele sale aparțin mulțimii $\{1, 2, 3\}$ și oricare două cifre consecutive diferă prin 1.

- a) Arătați că un număr dichisit conține în scrierea sa exact cinci cifre de 2.
- b) Stabiliți câte numere dichisite există.
- c) Demonstrați că suma tuturor numerelor dichisite se divide cu 1408.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*