



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI  
NAȚIONALE

**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa Județeană și a Municipiului București, 8 Martie 2014**

**CLASA a VII-a**

**Problema 1.** a) Arătați că pentru orice numere reale  $a$  și  $b$  are loc relația:

$$(a^2 + 1)(b^2 + 1) + 50 \geq 2(2a + 1)(3b + 1).$$

b) Determinați numerele naturale  $n$  și  $p$  care verifică relația

$$(n^2 + 1)(p^2 + 1) + 45 = 2(2n + 1)(3p + 1).$$

**Problema 2.** Fie numerele reale  $a, b, c$  astfel încât:

$$|a - b| \geq |c|, \quad |b - c| \geq |a|, \quad |c - a| \geq |b|.$$

Arătați că unul dintre numerele  $a, b, c$  este suma celorlalte două.

**Problema 3.** Se consideră triunghiul  $ABC$  în care  $m(\hat{A}) = 135^\circ$ . Perpendiculara în  $A$  pe dreapta  $AB$  intersectează latura  $[BC]$  în punctul  $D$ , iar bisectoarea unghiului  $B$  intersectează latura  $[AC]$  în punctul  $E$ . Determinați măsura unghiului  $BED$ .

*Gazeta Matematică*

**Problema 4.** Se consideră pătratul  $ABCD$  și punctele  $K \in (AB)$ ,  $L \in (BC)$  și  $M \in (CD)$  astfel încât triunghiul  $KLM$  este dreptunghic isoscel, cu unghiul drept în  $L$ . Demonstrați că dreptele  $AL$  și  $DK$  sunt perpendiculare.

*Timp de lucru 4 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*