



Simularea examenului de bacalaureat național 2015

MATEMATICĂ M_{șt-nat}

Proba E. c)

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Dacă $(a_n)_{n \geq 1}$, este o progresie aritmetică cu $a_8 = 10$ și rația $r = 2$ aflați a_5 .
- 5p 2. Arătați că vârful parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 4$, se află pe OX .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = 1-x$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor de patru elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian XOY se consideră punctele $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(2, 3)$. Să se afle lungimea medianei din C a triunghiului ABC .
- 5p 6. Calculați $\cos a$ știind că $\operatorname{tga} = \frac{1}{2}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & 3 \\ x & 3-x \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Calculați $\det[A(0)]$.
- 5p b) Să se afle $x \in \mathbb{R}$ astfel ca $\det[A(x)] = 0$.
- 5p c) Să se calculeze $[A(0)]^{100}$.
2. Pe \mathbb{Z} se consideră operația \circ definită prin, $x \circ y = xy - x - y + 2$ pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$.
- 5p a) Arătați că \circ este asociativă.
- 5p b) Aflați $e \in \mathbb{Z}$ astfel ca $x \circ e = x$ pentru orice $x \in \mathbb{Z}$.
- 5p c) Să se afle $x \in \mathbb{Z}$ astfel ca $x \circ x \circ x = 9$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$ situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este crescătoare pe $(-\infty, 1]$.
2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 1}$, $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$.
- 5p a) Arătați că F este o primitivă a lui f .
- 5p b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p c) Arătați că orice primitivă $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a lui f verifică $G(x) \geq G(0)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.