Olimpiada de matematică
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a V-a

1.

Din teorema împărțirii cu rest avem $\overline{ab} = \overline{ba} \cdot 2 + 15$ avem $\overline{ab} > 15$ — **2p**

$10a + b = 20b + 2a + 15$ de unde obținem $8a = 19b + 15$ — **2p**

Finalizare a=9 și b=3 — **3p**

2. **a)** $A = 2 + 4 + ... + 2014 = 2(1 + 2 + ... + 1007) = 2 \cdot 1007 \cdot 1008 : 2 = 1007 \cdot 1008$ — **1p**

$B = 1 + 3 + ... + 2015 = 1008^2$ — **2p**

Finalizare $B > A$ — **1p**

b) $1007^2 < 1007 \cdot 1008 < 1008^2$ — **1p**

Finalizare — **2p**

3.

a) Egalitatea se mai scrie: $\overline{abc} + 10 \cdot \overline{abc} + 2 = 2015 \Leftrightarrow 11 \cdot \overline{abc} = 2013 \Leftrightarrow \overline{abc} = 183$. — **2p**

De unde obținem $a = 1,\ b = 8,\ c = 3$ — **1p**

Finalizare $a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 8 \cdot 3 = 24$. — **1p**

b) Din faptul că $2015 = 1 \cdot 5 \cdot 403$ rezultă — **1p**

$2015 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2014$ — **1p**

Finalizare — **1p**

4.

Presupunem că cei doi elevi pot obține o împărțire a cartonașelor în perechi cu cele șapte sume numere naturale consecutive. Atunci sumele obținute ar fi $a,\ a+1,\ a+2,\ a+3,\ ...,\ a+6$

și $a + a + 1 + a + 2 + ... + a + 6 = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + ... + 7)$ — **2p**

$7 \cdot a + 6 \cdot 7 : 2 = 2 \cdot (7 \cdot 8 : 2) \Leftrightarrow 7 \cdot a + 21 = 56 \Rightarrow a = 5$ — **1p**

Sumele în perechi sunt $5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$. — **2p**

2p

O grupare ar fi :

Nr. cartonaș alb	1	2	3	4	5	6	7
Nr. cartonaș roșu	7	5	2	6	1	3	4
Suma în pereche	8	7	5	10	6	9	11