



Olimpiada de matematică  
Etapă locală - 20 februarie 2015

Clasa a VI-a

<p>1.</p> <p>Întrucât <math>6^6 = 2^6 \cdot 3^6</math>, numărul <math>\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}{6^6}</math> este natural dacă</p> <p><math>2^6 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n</math>, respectiv <math>3^6 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n</math></p> <p>Finalizare <math>n = 15</math></p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>3p</p>
<p>2. (i) <math>\overline{aaaaaa} = a \cdot 111111</math></p> <p><math>7 / 111111 \Rightarrow 7 / a \cdot 111111</math>, unde <math>a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}</math></p> <p>Finalizare</p> <p>(ii) Numărul <math>\overline{1...12...23...9...9}</math> conține secvențe de 12 cifre de forma <math>\overline{a...a}</math></p> <p>Numărul poate fi scris sub forma <math>9 \cdot 1...1 + 8 \cdot 1...1 \cdot 10^{12} + \dots</math></p> <p>Finalizare</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
<p>3.</p> <p>(i) Avem <math>AD = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} = AE</math>, <math>[AD] \equiv [AE]</math></p> <p><math>[AB] \equiv [AC]</math>, <math>\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle CAD</math> (unghi comun), <math>[AE] \equiv [AD] \xRightarrow{(LUL)} \Rightarrow</math></p> <p><math>\triangle ABE \equiv \triangle ACD \Rightarrow [BE] \equiv [CD]</math></p> <p>(ii) Punctul <math>F</math> este mijlocul segmentului <math>[AP]</math> și <math>[AP] \equiv [AB]</math>.</p> <p>Rezultă <math>AF = \frac{AP}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} = AE</math>, <math>[AF] \equiv [AE]</math>.</p> <p><math>[AC] \equiv [AP]</math>, <math>\sphericalangle CAF \equiv \sphericalangle PAE</math> (unghi comun), <math>[AF] \equiv [AE] \xRightarrow{(LUL)} \Rightarrow \triangle ACF \equiv \triangle APE</math>, <math>CF = PE</math></p> <p>Finalizare <math>CD + CF = BE + EP = BP</math></p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
<p>4.</p> <p>Primul copil lasă tot al patrulea punct necolorat cu verde.</p> <p>Al doilea copil lasă necolorat cu albastru din cinci în cinci puncte.</p> <p>Al treilea copil lasă necolorat cu maro din 6 în șase puncte.</p> <p>Rămân punctele necolorate care sunt multipli de 4, 5, respectiv 6</p> <p><math>\text{cmmmc}[4, 5, 6] = 60</math></p> <p>Finalizare 3 puncte</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>

Notă Se punctează orice altă soluție corectă.