Concursul de matematică aplicată "Adolf Haimovici"
profil servicii , tehnologic , ştiinţe ale naturii
Etapa locală - 20 februarie 2015

Clasa a IX-a - barem de corectare

1. a)	Prin calcul: $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n+1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}$.	3p
1.b)	Folosind egalitatea de mai sus se obţine: $\frac{1}{11}=\frac{1}{12}+\frac{1}{11\cdot 12}=\frac{1}{12}+\frac{1}{132}$, mai departe: $\frac{1}{11}=\frac{1}{12}+\frac{1}{132}=\frac{1}{13}+\frac{1}{12\cdot 13}+\frac{1}{133}+\frac{1}{132\cdot 133}=\frac{1}{13}+\frac{1}{156}+\frac{1}{133}+\frac{1}{17556}$, deci $\frac{3}{11}=\frac{1}{11}+\frac{1}{11}+\frac{1}{11}=\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{132}+\frac{1}{13}+\frac{1}{156}+\frac{1}{133}+\frac{1}{17556}$. $\frac{3}{11}=\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{132}+\frac{1}{133}+\frac{1}{156}+\frac{1}{17556}$.	1p 2p 1p
2.a)	Sunt adevărate inegalităţile: $1<\sqrt{1\cdot 2}<2\Rightarrow\left[\sqrt{1\cdot 2}\right]=1$, $2<\sqrt{2\cdot 3}<3\Rightarrow\left[\sqrt{2\cdot 3}\right]=2$, $3<\sqrt{3\cdot 4}<4\Rightarrow\left[\sqrt{3\cdot 4}\right]=3$, $4<\sqrt{4\cdot 5}<5\Rightarrow\left[\sqrt{4\cdot 5}\right]=4$. adunând toate cele 4 egalităţi $\Rightarrow\left[\sqrt{1\cdot 2}\right]+\left[\sqrt{2\cdot 3}\right]+\left[\sqrt{3\cdot 4}\right]+\left[\sqrt{4\cdot 5}\right]=10$.	2p 1p
2.b)	Avem: $1<\sqrt{1\cdot 2}<2\Rightarrow\left[\sqrt{1\cdot 2}\right]=1$ $2<\sqrt{2\cdot 3}<3\Rightarrow\left[\sqrt{2\cdot 3}\right]=2$ ... $n<\sqrt{n(n+1)}<n+1\Rightarrow\left[\sqrt{n(n+1)}\right]=n$ prin însumare, obţinem : $\left[\sqrt{1\cdot 2}\right]+\left[\sqrt{2\cdot 3}\right]+...+\left[\sqrt{n(n+1)}\right]=1+2+...+n=\underbrace{(n+1)+(n+1)+...+(n+1)}_{de\frac{n}{2}ori}=\frac{n(n+1)}{2}$.	2p 2p

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

3.	Avem $\begin{cases}\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA}\\ \overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OB}\end{cases}$ de unde rezultă că $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ (1) Similar $\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$ (2)	2p
	Pe de altă parte considerăm M şi N mijloacele coardelor $[AB]$, respectiv $[CD]$ şi avem $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OM}$ şi $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{ON}$.	2p
	De aici avem $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{ON}=2\left(\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}\right)=2\overrightarrow{OP}$.	2p
	Se adună (1) şi (2) şi se obţine $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=4\overrightarrow{PO}-2\overrightarrow{PO}=2\overrightarrow{PO}$.	1p
4.a)	Din teorema bisectoarei avem $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$, adică $[AD$ împarte $[BC]$ în raportul $q=\frac{BD}{CD}=\frac{c}{b}$.	2p
	Atunci avem: $\overrightarrow{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}}{q+1}=\frac{b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}}{b+c}$.	1p
4.b)	Folosim relaţia de la a) şi avem: $b\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MD}\right)+c\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}\right)=(b+c)\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MD}\right)\Leftrightarrow$	2p
	$\Leftrightarrow (b+c)\overrightarrow{AM}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}=(b+c)\overrightarrow{AM}+(b+c)\overrightarrow{MD}$, de unde relaţia din concluzie.	2p

NOTĂ: Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro